

## DM 7 : Probabilités

**Exercice 1.** Le but du problème est de connaître les probabilités de trouver deux personnes ayant une date d'anniversaire identique parmi un groupe de  $n$  personnes.

On note l'événement

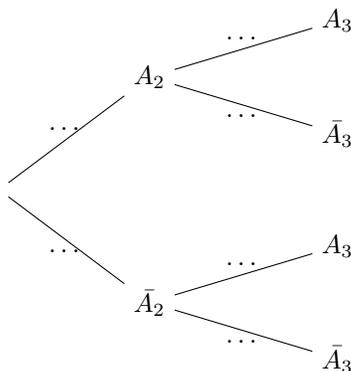
$A_i$  : « Les  $i$  personnes ont des dates d'anniversaire différentes »

**Partie A :** Le principe des tiroirs

0. Supposons que  $n > 365$  déterminer la probabilité de l'événement  $A_n$

**Partie B :** Où l'on calcule  $P(A_n)$ , pour  $n$  un entier compris entre 1 et 365

1. Calculer  $P(A_1)$
2. Calculer  $P(A_2)$
3. Dans cette question on suppose que  $n = 3$ .
  - (a) Compléter l'arbre ci-dessus :



- (b) Expliquer pourquoi il est en fait inutile de considérer les branches issues du noeud  $\bar{A}_2$  pour répondre au problème posé.
- (c) En déduire la probabilité  $P(A_3)$
4. En prenant comme modèle la question précédente, calculer  $P(A_4)$
5. Conjecturer  $P(A_5)$ ;  $P(A_6)$  et  $P(A_{10})$
6. Conjecturer  $P(A_n)$  où  $n \in \llbracket 1; 365 \rrbracket$

**Partie C :** Conclusion

7. En appliquant la formule conjecturée dans la question précédente, compléter le tableau au dos du sujet.
8. Combien faut-il réunir de personnes pour avoir au moins une chance sur deux d'avoir deux invités qui ont la même date d'anniversaire ?
9. Dans une classe de 30 élèves quelle est la probabilité d'avoir deux élèves ayant la même date d'anniversaire ?

$n = 1$	$P(A_1) = \dots$
$n = 2$	
$n = 3$	
$n = 4$	
$n = 5$	
$n = 6$	
$n = 7$	
$n = 8$	
$n = 9$	
$n = 10$	
$n = 11$	
$n = 12$	
$n = 13$	
$n = 14$	
$n = 15$	
$n = 16$	
$n = 17$	
$n = 18$	
$n = 19$	
$n = 20$	
$n = 21$	
$n = 22$	
$n = 23$	
$n = 24$	
$n = 25$	
$n = 26$	
$n = 27$	
$n = 28$	
$n = 29$	
$n = 30$	