Devoir Maison 2 : Les barycentres

Exercice 1. ABC est un triangle équilatéral

- 1. Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $||2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}|| = ||3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC}||$
- 2. Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que :

$$||2\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MB}|| = ||\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MC} - 3\overrightarrow{MB}||$$

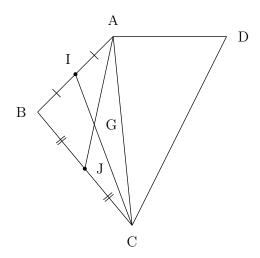
Exercice 2. ABCD est un quadrilatère. G est le centre de gravité du triangle ABC.

I et J sont les milieux des segments [AB] et [BC] dans cet ordre.

L est le barycentre de $\{(A;1),(D;3)\}$ et K celui de $\{(C;1),(D;3)\}$

Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK), (JL) et (DG) sont concourrantes. Pour cela on utilisera le barycentre H de $\{(A;1),(B;1),(C;1),(D;3)\}$

- 1. Placer en justifiant les points L et K
- 2. Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera.
- 3. Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera.
- 4. Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.
- 5. Conclure



Exercice 3. Dans un triangle ABC on note A', B' et C' les milieux des côtés opposés à A, B et C et L et M définis par L milieu de [B'C] et M symétrique de C' par rapport à B.

- 1. Écrire M comme barycentre de A et B, puis L comme barycentre de A et C.
- 2. Calculer $2\overrightarrow{A'L} + \overrightarrow{A'M}$
- 3. Que peut-on en déduire sur les points A', L et M?

Exercice 4.

1. ABC et A'B'C' sont deux triangles de l'espace ayant même sens de gravité G. Démontrer que

$$\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{0}$$

- 2. Soit ABC un triangle. On considère les points D, E, F barycentres respectifs de (A, 1) et (B, 1), de (A, 3) et (C, -1), de (B, 3) et (C, 1).
 - (a) Démontrer que E est barycentre des points pondérés (D,3) et (F,-2).
 - (b) En déduire que les points D, E, et F sont alignés.