

CORRECTION DM 4

Exercice 1.1. (IK) parallèle à (BC) et (BC) perpendiculaire à (AC) donc (IK) est perpendiculaire à (AC) . Dans le triangle ACI , (CK) et (IK) sont deux hauteurs qui se coupent en K . Donc (AK) est la troisième hauteur : elle est perpendiculaire à (CI) .

Exercice 1.2. ABK est un triangle rectangle en K donc il est inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$. De même, ALK est rectangle en L et est inscrit dans un cercle de diamètre $[AB]$. Les quatre points sont donc sur le cercle de diamètre $[AB]$.

Exercice 1.3. Annulé

Exercice 1.4. $ABCD$ est un carré donc le triangle ADF est rectangle en D . D'après le théorème de Pythagore, on a donc : $AF^2 = AD^2 + DF^2 = 8^2 + 6.5^2 = 106.25$.

On trouve de même que $AE^2 = AB^2 + BE^2 = 100$ et $EF^2 = EC^2 + FC^2 = 2^2 + 1.5^2 = 6.25$. Dans le triangle EFA on a $AF^2 = 106.25$ et $EF^2 + AE^2 = 100 + 6.25 = 106.25$. Donc $AF^2 = AE^2 + EF^2$. D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle AEF est rectangle en E .

Exercice 1.5. Dans le triangle ABC rectangle en B on a $\sin \widehat{ACB} = \frac{5}{12}$. Donc $\widehat{ACB} \simeq 24.6^\circ$.

Donc on a $\widehat{BAC} = 90 - 24.6 = 65.4^\circ$ et $\widehat{BAI} = \widehat{BAC}/2 = 32.7^\circ$.

Alors dans le triangle ABI rectangle en B on a $\tan \widehat{BAI} = \frac{BI}{AB} \Leftrightarrow BI = 5 \times \tan \widehat{BAI} \simeq 3.2$.

Exercice 1.6.

- (BD) et (CE) sont parallèles, $B \in [AC]$ et $D \in [AE]$. D'après le théorème de Thalès on a $\frac{AB}{AC} = \frac{AD}{AE} \Leftrightarrow \frac{5}{9} = \frac{6}{AE} \Leftrightarrow AE = \frac{9 \times 6}{5} = 10.8$ et $DE = AE - AD = 10.8 - 6 = 4.8$.
- Les points A , B et F sont alignés dans cet ordre. De même pour les points A , D , et G . De plus $\frac{AB}{AF} = \frac{5}{10.5} = \frac{10}{21}$ et $\frac{AD}{AG} = \frac{6}{12.6} = \frac{60}{126} = \frac{10}{21}$. Les rapports des longueurs sont égaux donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (FG) et (BD) sont parallèles.

Exercice 1.7. L'angle $\widehat{DAC}$ intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{DOC}$. Donc $\widehat{DAC} = \frac{1}{2} \widehat{DOC} = (56 + 30)/2 = 43^\circ$.

L'angle $\widehat{DCA}$ intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{DOA}$. Donc $\widehat{DCA} = \frac{1}{2} \widehat{DOA} = (180 - 30)/2 = 75^\circ$.

L'angle $\widehat{CDA}$ intercepte le même arc que l'angle au centre $\widehat{COA}$. Donc $\widehat{CDA} = \frac{1}{2} \widehat{COA} = (180 - 56)/2 = 62^\circ$.