
Chapitre 1 : Des Nombres et des lettres

D. Zancanaro C. Aupérin

2008-2009

Table des matières

1	Rappel de quelques règles du jeu	1
1.1	Maîtriser sa <i>Puissance</i>	1
1.2	Ne pas oublier ses <i>Racines</i>	1
1.3	<i>Distribuer</i> ou non	3
2	Etre entier	5
2.1	C'est tout <i>Naturel</i> : $\mathbb{N}$	5
2.2	Utiliser les <i>Premiers</i>	6
2.2.1	<i>Diviser</i> pour mieux régner	6
2.2.2	Être <i>Premier</i>	7
2.2.3	Se <i>Décomposer</i> en nombres premiers	8
2.2.4	Applications	9
2.3	Tout est <i>Relatif</i> : $\mathbb{Z}$	10
3	Être rationnel ou réel	12
3.1	Être rationnel : $\mathbb{Q}$	12
3.2	Être réel : $\mathbb{R}$	13
4	Ce n'est pas fini	14
4.1	Être complexe : $\mathbb{C}$	14
4.2	Des nombres à part : $\mathbb{D}$	14
4.2.1	Les nombres décimaux	14
4.2.2	Troncature et arrondi	15
1	Quelques <i>Règles</i> du jeu	17
1.1	Maîtriser ses <i>Puissances</i>	17
1.2	Ne pas oublier ses <i>Racines</i>	17

COURS : DES NOMBRES ET DES LETTRES

1 Rappel de quelques règles du jeu

1.1 Maîtriser sa Puissance

Travail de l'élève : Compléter cette partie de la feuille et la coller dans le cours.

Définition 1. Soit a un nombre et n un nombre entier positif.

– Si $n \geq 1$, alors $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ fois}}$ En particulier $a^1 = a$.

– Si $n = 0$ et $a \neq 0$ alors $a^0 = 1$

Si de plus $a \neq 0$, on définit le nombre a^{-n} comme l'inverse du nombre a^n : $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

$$\text{Exemples : } (-1, 5)^3 = -3, 375 \quad 5^{-4} = \frac{1}{5^4} = \frac{1}{625} \quad (-3)^{-2} = \frac{1}{(-3)^2} = \frac{1}{9}$$

Attention !!. Ne pas confondre $(-a)^n$, $-a^n$, $-a^{-n}$ et $(-a)^{-n}$

$$(-2)^4 = 16 \quad -2^4 = -16 \quad -2^{-4} = -\frac{1}{16} \quad \text{et} \quad (-2)^{-4} = \frac{1}{16}$$

Propriété 1. Quels que soient les nombres a et b , et les entiers relatifs n et m , les égalités suivantes sont vérifiées, si elles sont définies :

$$a^n \times a^m = a^{n+m} \quad (a^n)^m = a^{nm} \quad \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$(ab)^n = a^n b^n \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemples : Laisser les élèves les trouver, pour qu'ils repèrent bien le rôle de chacune des lettres.

1.2 Ne pas oublier ses Racines

Travail de l'élève :

1. Calculer les carrés des nombres suivants : -2 ; 5 ; 0.3 ; -1 ; 10^3 ; $-\frac{2}{3}$.

2. Quel est le signe du carré d'un nombre ?

3. Parmi les nombres suivants, dire ceux qui sont des carrés : 25 ; 7^2 ; -16 ; 10^4 ; $\frac{4}{9}$; -100 ; 49

4. Quels sont les nombres qui ont pour carrés 36 ? 100 ?

Compléter alors cette partie de la feuille à trous.

Définition 2. Si a est un nombre positif alors $\sqrt{a}$ est l'unique nombre positif dont le carré vaut a .

Conséquence : Dès que l'on voit le nombre $\sqrt{a}$, on doit supposer :
$$\begin{cases} a \leq 0 \\ \sqrt{a} \leq 0 \\ (\sqrt{a})^2 = a \end{cases}$$

Propriété 2. Si a et b sont des nombres positifs et n un entier relatif, alors on a :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b} \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ si } b \neq 0 \quad \sqrt{a^n} = \sqrt[n]{a}$$

Attention !!. En général $\sqrt{a+b} \neq \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Propriété 3. $\sqrt{a^2} = \pm a$ suivant le signe de a . On appelle ce nombre "valeur absolue" de a et on le note $|a|$

Exemple : $\sqrt{(2 - \Pi)^2} = \Pi - 2$

Exercice 1.1. Sans utiliser la calculatrice, trouver la valeur exacte des nombres suivants :

$$\begin{array}{cccccc} \sqrt{2} \times \sqrt{18} & \sqrt{25 \times 49} & \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} & \sqrt{\frac{36}{49}} & \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \\ \sqrt{11^2} & \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 7^2} & \sqrt{7} \times \sqrt{2^2 \times 7} & \sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \end{array}$$

Exercice 1.2. Simplifier l'écriture de chacun des nombres et donner sa valeur exacte :

$$\begin{array}{cccccc} \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} & \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} & \sqrt{25-16} & \sqrt{25}-\sqrt{16} \\ \sqrt{4^2 \times 5} & \sqrt{10^8} & \sqrt{25 \times 2^6} & \sqrt{8100} & \sqrt{300} & \sqrt{10^2} \times \sqrt{10^3 \times 10^3} \end{array}$$

Exercice 1.3. Effectuer l'opération suivante : $\frac{14}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{3}$

Exercice 1.4. Écrire A et b sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un nombre entier :

$$\begin{cases} A = \sqrt{8} + \sqrt{50} \\ B = \sqrt{8} \times \sqrt{50} \end{cases}$$

Ecrire sous la forme $a\sqrt{b}$: $C = \sqrt{18} + \sqrt{12} \quad D = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$

1.3 Distribuer ou non

Travail de l'élève :

1. Somme et produit :

Expression	Somme ou produit ?	Nombre de termes ou de facteurs
$3x$	produit	2 facteurs
$5y^2 - 3y + 1$	somme	3 termes
$4(2a + 3)$		
$a(c + 2) - 3x$		
$(s + 3)(s - 3)$		
$r^2 - 9$		
$4(e + 3)(e - 2) + 5e(e + 1) + 3(e + 4)$		
$2(t + 1) + 3t + 2$		

2. Développer puis réduire si possible les expressions suivantes

$$A = -2a(5x - 3a + 4) \quad B = 5(x + 2) - 2(3x - 1) \quad C = -(a + b) \quad D = -(a - b)$$

Même question pour $E = (2x - 3)(5x + 2)$. Contrôler le résultat obtenu pour $x = -3$

3. Factoriser les sommes ci-dessous en faisant apparaître le ou les facteur(s) commun(s) :

$$\begin{aligned} \underline{(x + 3)} + 2\underline{(x + 3)}(x - 1) &= \underline{(x + 3)}[1 + 2(x - 1)] \\ \underline{5(z - 2)}(\underline{z^2 + 7} - 8z(\underline{z - 2})) &= \underline{(z - 2)}[5(\underline{z^2 + 7} - 8z)] \\ (4x + 1)(x - 2) + x(x - 2) &= \\ (4x + 1)(x - 2) + x(2 - x) &= \\ (5u - 2)(4u + 3) - (7u + 1)(4u - 3) &= \\ 8g^3 + 4g &= \\ 5d - 5 &= \\ (a + b)(c + d) + c(a + b) &= \end{aligned}$$

4. Avec les identités remarquables :

$(a + b)^2 =$ $(a - b)^2 =$ $(a + b)(a - b) =$
--

À l'aide d'une identité remarquable, factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} 16x^2 - 9 &= & 4x^2 + 4x + 1 &= \\ 9x^2 + 24x + 16 &= & 4x^2 - 12x + 9 &= \\ x^2 - 3 &= \end{aligned}$$

Proposition 1. Pour tous nombres a , b et c on a : $a(b + c) = ab + ac$.

Développer une expression c'est passer du membre de gauche à celui de droite (produit $\Rightarrow$ somme).

Factoriser une expression c'est l'inverse (somme $\Rightarrow$ produit).

Identités Remarquables :

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$$

Exercice 1.5. Développer : $A = (3\sqrt{2}-4)^2$ $B = (7j+3)(2j+7)$ $C = (3m-1)^2 + (4m+2)(8n+1)$

Factoriser : $D = (2i + 1)(3i + 2) + (2i + 1)(5i + 7)$ $E = (x - 1)(4x - 7) + x - 1$

$F = (3y - 4)(y - 3) + (y + 3)(3y - 4)$ $G = (3z + 6)(-7z - 3) + (3z + 6)(2z + 1) - (3z + 6)(4z + 1)$

2 Etre entier

2.1 C'est tout Naturel : $\mathbb{N}$

Travail de l'élève :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$3 - x = 1 \qquad \frac{x}{4} = 5 \qquad 2x + 3 = 5 \qquad 3x = 0 \qquad (x - 3)(3x - 6) = 0$$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?

3. Si on additionne deux entiers naturels, obtient-on un entier naturel ?

4. Si on soustrait deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?

5. Si on multiplie deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?

6. Si on divise deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?

Définition 3. L'ensemble des nombres entiers naturels se note $\mathbb{N}$ et désigne l'ensemble des nombres entiers positifs ou nul : $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; 4; \dots\}$

Remarque : $\mathbb{N}$ est stable pour l'addition (ie si on additionne deux entiers naturels, on obtient obligatoirement un entier naturel) mais n'est pas stable pour la soustraction.

$$\begin{aligned} a \in \mathbb{N} \text{ et } b \in \mathbb{N} &\Rightarrow a + b \in \mathbb{N} \\ a \in \mathbb{N} \text{ et } b \in \mathbb{N} &\nRightarrow a - b \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Exemples :

$$3 + 2 = 5 \in \mathbb{N} \quad ; \quad 2 - 17 = -15 \notin \mathbb{N} \quad \text{et} \quad 14 - 1 = 13 \in \mathbb{N}$$

Remarque : $\mathbb{N}$ est stable pour la multiplication mais n'est pas stable pour la division.

$$\begin{aligned} a \in \mathbb{N} \text{ et } b \in \mathbb{N} &\Rightarrow a \times b \in \mathbb{N} \\ a \in \mathbb{N} \text{ et } b \in \mathbb{N} &\nRightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{N} \end{aligned}$$

Exemples :

$$3 \times 2 = 6 \in \mathbb{N} \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1,5 \notin \mathbb{N} \quad \text{et} \quad \frac{6}{2} = 3 \in \mathbb{N}$$

Exercice 2.1. Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$2 - x = 7 \quad ; \quad (x + 3)(2x - 4) = 0 \quad ; \quad 3x - 9 = 0 \quad ; \quad (4x - 1)(3x - 6) = 0$$

2.2 Utiliser les *Premiers*

2.2.1 Diviser pour mieux régner

Travail de l'élève : À faire en grande partie à l'oral sous forme de discussion

1. *Oral* Que signifie être multiple d'un nombre ? Diviser un nombre ?
2. *Oral* Rappeler tous les critères de divisibilités que vous connaissez.
3. *Oral* Quel autre critère pourrait-on trouver pour être divisible par 4 ? par 6 ? par 8 ? par 9 ? par 10 ? par 12 ? par 14 ? ...
4. Coche les cases dans le tableau ci-dessous quand la réponse est "oui" :

Divisible par	2	3	4	5	6	8	9	10	12	14
420										
630										
583										
47 628										
15 552										
4 790 016										
161 051										
143										
131										

5. *Oral* Pourquoi a-t-on un problème pour la colonne du 14 ?
6. *Oral* 143 et 131 n'ont pas de cases cochées. Quelles nombres particuliers sont-ils peut-être ?
7. Etait-il utile de regarder si ces nombres étaient divisibles par 4, 6, 8, 9, 10, 12 et 14 ? Pourquoi ?
8. 143 et 131 sont-ils divisibles par 11 ?
9. *Oral* Que cela permet-il d'affirmer pour l'un d'entre eux ?
10. *Oral* Doit-on regarder pour tous les nombres s'ils ne divisent pas 131 et jusqu'où doit-on regarder ?

Définition 4. Si a et b sont deux entiers naturels non nuls ($a \in \mathbb{N}^*$ et $b \in \mathbb{N}^*$), on dit que a est un multiple de b ssi il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $a = k \times b$.

Si a et b sont deux entiers naturels non nuls ($a \in \mathbb{N}^*$ et $b \in \mathbb{N}^*$), on dit que a est un diviseur de b ssi il existe $k \in \mathbb{N}$ tel que $b = k \times a$. On dit aussi que a divise b .

Exemples :

- 68 est un multiple de 1, de 2, de 4, de 17 et de 34 car $68 = \dots$
- 1, 2, 4, 17 et 34 sont des diviseurs de 68.

Les critères de divisibilité :

- Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par un chiffre pair
- Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est divisible par 3
- Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5

2.2.2 Être *Premier*

Travail de l'élève : Il est possible de faire le crible d'Erathosthène ici.

Définition 5. Un nombre entier est *premier* s'il admet exactement deux diviseurs.

Remarques :

- Tout entier naturel différent de 1 admet *au moins* deux diviseurs : 1 et lui-même
- Il existe une infinité de nombres premiers.
- 2 est le seul nombre premier pair (les autres sont divisibles au moins par 1, eux-mêmes et 2).

Exemples :

- 0 n'est pas premier car il admet une infinité de diviseurs
- 1 n'est pas premier car il n'admet qu'*un seul* diviseur : lui-même.
- 2 est un nombre premier
- 13 est un nombre premier
- 6 n'est pas un nombre premier, car il est divisible par 1, 6, 2 et 3.

THÉORÈME 1. Tout entier naturel n non premier admet un diviseur premier p tel que $p \leq \sqrt{n}$

Preuve : Soit $n \in \mathbb{N}$ non premier qui n'admet que des diviseurs supérieurs à $\sqrt{n}$. Alors il existe $a > \sqrt{n}$ et $b > \sqrt{n}$ tels que $a \times b = n$ mais $a \times b > \sqrt{n}^2 = n$. Ce qui est absurde.

Application 1. Les nombres suivants sont-ils des nombres premiers ? 2001 ; 2003 ; 2007 ; 2009

Méthode :

1. On calcule $\sqrt{2001} \approx 44.7$.
2. On regarde si 2 divise 2001, puis 3, puis 5, puis pareil pour chaque nombre *premier* dans l'ordre *croissant*), jusqu'à ce que :
 - Soit on trouve un diviseur de 2001
 - Soit on dépasse 44.

2.2.3 Se Décomposer en nombres premiers

Travail de l'élève :

Préambule :

1. Le nombre 40500 est-il divisible par 2 ? Est-il un multiple de 2 ?
2. Mêmes questions pour le nombre 1260 ?
3. Que peut-on en déduire pour la fraction $\frac{40500}{1260}$

Partie 1 :

1. Complète : $40500 = 2 \times \dots$
2. Le résultat de la division euclidienne de 40 500 par 2 est-il encore divisible par 2 ?
3. Si oui, recommence le processus de division par 2 tant que le résultat est entier et note les calculs successifs comme ci-dessus.
4. Est-il utile de regarder si l'on peut diviser le dernier résultat par 4 ? Pourquoi ?
5. Regarde alors *astucieusement* par quoi le dernier résultat est encore divisible et effectue la division euclidienne. Note le résultat comme ci-dessus.
6. Recommence la question 5 tant que ton diviseur n'est pas 1.
7. Complète : $40500 = 2 \times \dots = 2 \times 2 \times \dots = 2 \times 2 \times 3 \times \dots = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \dots = \dots$
Donc $40500 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times \dots$

On appelle cette écriture *la décomposition en nombres premiers* de 40 500.

Partie 2 :

Effectue la décomposition en nombres premiers de 1 260 et complète : $1260 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times \dots$

Partie 3 :

Utilise ce qu'on a fait avant pour :

1. Simplifier $\frac{40500}{1260}$
2. Simplifier $\sqrt{40500}$ et $\sqrt{1260}$
3. Trouve le PGCD(40 500 ; 1 260) puis le PPCM(40 500 ; 1 260).

THÉORÈME 2. Tout entier naturel supérieur ou égal à deux est :

- Soit un nombre premier
- Soit un produit de puissance de nombres premiers.

Cette écriture, appelée *décomposition en nombres premiers* est unique à l'ordre des facteurs près.

Exemples : On utilise les critères de divisibilité. $105 = 3 \times 5 \times 7$; $83160 = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 11$.

Exercice 2.2. Donner la décomposition en nombres premiers de 365 904 et de $210375 \times (54)^2$

2.2.4 Applications

Simplification de fractions et de racines carrées :

$$\text{Exemples : } \frac{105}{83160} = \frac{3 \times 5 \times 7}{2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 11} = \frac{1}{792} \qquad \sqrt{31500} = \sqrt{2^2 \times 3^3 \times 5^3 \times 7} = 30\sqrt{5}$$

Calcul du PGCD, PPCM

Définition 6. Le PGCD de deux entiers naturels a et b est le plus grand diviseur commun de a et b .

Exemples : Les diviseurs de 12 sont 1, 2, 3, 4, 6, 12.

Les diviseurs de 20 sont 1, 2, 4, 5, 10, 20. Le PGCD de 12 et 20 est donc 4.

On peut également utiliser l'algorithme d'Euclide vu en 3^{me}.

On cherche le PGCD de 150 et 126 :

$$150 = 126 \times 1 + 24$$

$$126 = 24 \times 5 + 6$$

$$24 = 6 \times 4 + 0.$$

Le PGCD de 150 et 126 est donc 6 (dernier reste non nul).

Exercice 2.3. Calculer le PGCD de 6536 et de 3488.

Définition 7. Le PPCM de deux entiers naturels a et b est le plus petit multiple commun de a et de b .

Exemple : Les multiples de 20 sont 20, 40, 60, 80, 100, 120 ...

Les multiples de 12 sont 12, 24, 36, 48, 60, 72, ...

Le PPCM de 20 et 12 est 60. Cette méthode est très fastidieuse.

Méthode PGCD : Le pgcd de deux entiers naturels dont on connaît les décompositions en nombres premiers est le produit des facteurs *communs* aux deux décomposition, avec leur plus *petit* exposant.

Méthode PPCM : Le ppcm de deux entiers naturels dont on connaît les décompositions en nombres premiers est le produit de tous les facteurs avec leur plus *grand* exposant.

Exemples : $PGCD(105; 83160) = 3 \times 5 \times 7$ et $PPCM(105; 83160) = 2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7 \times 11$

Exercice 2.4. Trouver le pgcd de 70 et 294, puis leur ppcm.

Calcul du nombre de diviseurs :

Exemple : $2100875 = 7^5 \times 5^3$ Tous les diviseurs de 2 100 875 sont de la forme $7^a \times 5^b$ où a et b sont des entiers naturels tels que $0 \leq a \leq 5$ et $0 \leq b \leq 3$. Il y a donc 6 choix pour a et 4 choix pour b , soit 24 choix possibles (diviseurs).

2.3 Tout est *Relatif* : $\mathbb{Z}$

Le $\mathbb{Z}$ vient de l'allemand Zahl

Travail de l'élève :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll} 3 - x = -5 & -\frac{x}{4} = 5 & (2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(x - 1) = 0 & \\ 3x - 12 = 9 & (x - 3)(3x - 6) = 0 & \frac{2x + 4}{6x - 2} = 0 & x^2 - 1 = 0 \end{array}$$

Rappel : Pour résoudre une équation produit, on utilise la règle : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?
3. Si on additionne deux entiers relatifs, obtient-on un entier relatif ?
4. Si on soustrait deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?
5. Si on multiplie deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?
6. Si on divise deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?

Définition 8. L'ensemble des entiers relatifs se note $\mathbb{Z}$ et représente l'ensemble des nombres entiers positifs et négatifs. $\mathbb{Z} = \{\dots; -4; -3; -2; 0; 1; 2; 3; \dots\}$

Propriété 4. Tous les entiers naturels sont des entiers relatifs. On dit que $\mathbb{Z}$ contient $\mathbb{N}$, ou encore que $\mathbb{N}$ est inclus dans $\mathbb{Z}$. On note $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$.

Remarque : $\mathbb{Z}$ est stable pour l'addition (ie si on additionne deux entiers relatifs, on obtient obligatoirement un entier relatif) et pour la soustraction.

$$a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$$

$$a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - b \in \mathbb{Z}$$

Exemples :

$$3 + 2 = 5 \in \mathbb{Z} \quad ; \quad 2 + (-17) = -15 \in \mathbb{Z} \quad ; \quad 14 - 1 = 13 \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad -6 - (-3) = -3 \in \mathbb{Z}$$

Remarque : $\mathbb{Z}$ est stable pour la multiplication mais n'est pas stable pour la division.

$$a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{Z}$$

$$a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z} \nRightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{Z}$$

Exemples :

$$3 \times (-2) = 6 \in \mathbb{Z} \quad ; \quad \frac{3}{2} = 1,5 \notin \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \frac{6}{-2} = -3 \in \mathbb{Z}$$

Exercice 2.5. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations suivantes :

$$2 - x = -7 \quad (x + 4)(2x - 6) = 0 \quad \frac{3x - 9}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0$$

3 Être rationnel ou réel

3.1 Être rationnel : $\mathbb{Q}$

Le $\mathbb{Q}$ vient du latin “Quotiente”

Travail de l'élève :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll} 3 - 2x = -5 & -\frac{x}{4} = 2 & (2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(x - 1) = 0 \\ 3x - 10 = 9 & (x + 3)(3x - 7) = 0 & \frac{2x + 1}{6x - 2} = 0 & x^2 - \frac{1}{4} = 0 \end{array}$$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?
3. Si on additionne deux nombres rationnels, obtient-on un nombre rationnel ?
4. Si on soustrait deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?
5. Si on multiplie deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?
6. Si on divise deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?

Définition 9. L'ensemble des nombres rationnels se note $\mathbb{Q}$ et représente l'ensemble des nombres pouvant s'écrire comme le quotient de deux entiers : $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} \text{ où } a \in \mathbb{Z} \text{ et } b \in \mathbb{Z}^* \right\}$

Remarque : $b \in \mathbb{Z}^*$ car on ne peut pas diviser par 0.

Propriété 5. Tous les entiers relatifs a peuvent s'écrire $a = \frac{a}{1}$, donc sont des rationnels. On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q}$.

Remarque : $\mathbb{Q}$ est stable pour l'addition (ie si on additionne deux rationnels, on obtient obligatoirement un rationnel) pour la soustraction, pour la multiplication et pour la division.

$$\begin{array}{l} a \in \mathbb{Q} \text{ et } b \in \mathbb{Q} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Q} \\ a \in \mathbb{Q} \text{ et } b \in \mathbb{Q} \Rightarrow a - b \in \mathbb{Q} \\ a \in \mathbb{Q} \text{ et } b \in \mathbb{Q} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{Q} \\ a \in \mathbb{Q} \text{ et } b \in \mathbb{Q} \Rightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{Q} \end{array}$$

Exemples :

$$\frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} = \frac{13}{6} \in \mathbb{Q} ; \quad 2 - \frac{17}{2} = -\frac{13}{2} \in \mathbb{Q} ; \quad \frac{14}{4} \times \frac{5}{6} = \frac{70}{24} \in \mathbb{Q} \text{ et } \frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \in \mathbb{Q}$$

Cet ensemble est stable pour toutes les opérations, cependant, certains nombres n'y appartiennent pas, comme les solutions de l'équation $x^2 - 2 = 0$. Nous allons encore en chercher un plus "gros".

Exemples : π et $\sqrt{2}$ n'appartiennent pas à $\mathbb{Q}$. On dit qu'ils sont "irrationnels".

Exercice 3.1. Résoudre dans $\mathbb{Q}$ les équations suivantes :

$$2 - x = -7 \quad (3x + 4)(2x - 5) = 0 \quad \frac{3x - 7}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0$$

3.2 Être réel : $\mathbb{R}$

Le $\mathbb{R}$ vient de l'anglais "Real"

Définition 10. L'ensemble des nombres réels se note $\mathbb{R}$ et représente l'ensemble des nombres rationnels et des nombres irrationnels. Il contient tous les nombres connus en classe de seconde.

Exemples : 3 ; -6 ; $\frac{4}{3}$; $-\frac{1}{3}$; π ... sont des nombres réels.

THÉORÈME 3. Tout nombre réel est l'abscisse d'un unique point sur une droite munie d'un repère. Cette droite s'appelle la droite réelle.

Propriété 6. Tous les nombres rationnels sont réels. On a $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exercice 3.2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$x^2 = 6 \quad (3x + 4)(2x - 5) = 0 \quad \frac{3x - 7}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0 \quad x^2 = -1$$

Remarque : $\mathbb{R}$ n'est encore pas assez grand pour résoudre toutes les équations. La dernière n'a pas de solutions dans $\mathbb{R}$, on note $S = \emptyset$. Cet ensemble s'appelle l'ensemble vide et ne contient aucun élément.

4 Ce n'est pas fini

4.1 Être complexe : $\mathbb{C}$

Il reste encore des équations que l'on ne peut pas résoudre dans $\mathbb{R}$ comme : $x^2 + 1 = 0$ ou $x^2 + 3 = 0$. Ces équations ont pourtant une solutions dans un ensemble incluant $\mathbb{R}$, noté $\mathbb{C}$ et appelé l'ensemble des nombres complexes, étudié en classe de terminale S.

$$\mathbb{C} = \{a + ib/a \in \mathbb{R}; b \in \mathbb{R} \text{ et } i^2 = -1\}$$

Exercice 4.1. Les nombres rationnels admettent un développement décimal périodique.

1. Montrer que $a = 0.\underline{3} \in \mathbb{Q}$ (On montrera d'abord que $10a = 3 + 3$)
2. Montrer que $b = 0.\underline{12} \in \mathbb{Q}$
3. Montrer que $c = 0.124\underline{56} \in \mathbb{Q}$

4.2 Des nombres à part : $\mathbb{D}$

4.2.1 Les nombres décimaux

Le $\mathbb{D}$ vient du français "décimale".

Travail de l'élève : Voici une liste de nombre réels :

$$\frac{1}{3} \quad ; \quad \frac{\pi}{9} \quad ; \quad \sqrt{3} \quad ; \quad -\sqrt{2} \quad ; \quad \frac{6}{7} \quad ; \quad \frac{2}{3}$$

1. Dire à quels ensembles ces nombres appartiennent.
2. Sur la droite réelle, il est facile de placer les éléments de $\mathbb{N}$ et de $\mathbb{Z}$. C'est plus délicat pour les autres. Comment placer les éléments précédents ?
3. Trouver la valeur approchée à 10^{-2} près, la troncature à l'unité et enfin l'écriture scientifique de chacun des nombres précédents.
4. À quels ensemble de nombre appartiennent ces valeurs approchées ?
5. Si on additionne deux décimaux, obtient-on un décimal ?
6. Si on soustrait deux décimaux, obtient-on un décimal ?
7. Si on multiplie deux décimaux, obtient-on un décimal ?
8. Si on divise deux décimaux, obtient-on un décimal ?

Définition 11. L'ensemble des nombres décimaux se nomment $\mathbb{D}$ et représente l'ensemble des nombres dont l'écriture décimale comporte un nombre fini de chiffres. En les multipliant par une puissance de 10 bien choisie, on peut obtenir un nombre entier :

$$\mathbb{D} = \{a \in \mathbb{R}; \text{ il existe } k \in \mathbb{N} \Rightarrow 10^k \times a \in \mathbb{Z}\}$$

Propriété 7. Tout nombre décimal appartient à $\mathbb{Q}$. De plus, tout nombre entier est décimal donc : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

Preuve : On peut toujours écrire $a = \frac{10^k a}{10^k} \in \mathbb{Q}$ avec k bien choisi. **Remarque :** Cet ensemble est stable pour l'addition, la soustraction, la multiplication mais pas pour la division.

$$a \in \mathbb{D} \text{ et } b \in \mathbb{D} \Rightarrow a + b \in \mathbb{D}$$

$$a \in \mathbb{D} \text{ et } b \in \mathbb{D} \Rightarrow a - b \in \mathbb{D}$$

$$a \in \mathbb{D} \text{ et } b \in \mathbb{D} \Rightarrow a \times b \in \mathbb{D}$$

$$a \in \mathbb{D} \text{ et } b \in \mathbb{D} \not\Rightarrow \frac{a}{b} \in \mathbb{D}$$

Exemples : $1.245 + 3.56 = 4.806 \in \mathbb{D}$; $1.245 - 3.56 = -1315 \in \mathbb{D}$;
 $2.1 \times -3 = -6.3 \in \mathbb{D}$; $4.2 \div 2 = 2.1 \in \mathbb{D}$ mais $1 \div 3 = 0.\underline{3} \notin \mathbb{D}$

4.2.2 Troncature et arrondi

Définition 12. Soit $n \in \mathbb{N}$. La *troncature* à 10^{-n} près d'un réel est obtenue en ne conservant que les n premiers chiffres après la virgule de son écriture décimale.

On appelle *valeur approchée* à 10^{-n} près d'un nombre réel r tout nombre décimal m à n chiffres après la virgule et tel que $-10^{-n} < m - r < 10^{-n}$, ie tel que l'écart entre m et r soit inférieur à 10^{-n} .

Il existe au plus deux nombres $m_1 \leq m_2$ définis ainsi. m_1 s'appelle la *valeur par défaut*, m_2 la *valeur par excès*.

La *valeur arrondie* du nombre r est la valeur approchée la plus proche de r .

Tout nombre décimal peut s'écrire sous la forme $\pm M \times 10^k$ où $1 \leq M < 10$ et $k \in \mathbb{Z}$. Cette écriture s'appelle l'*écriture scientifique*.

Exemples : L'écriture scientifique de 345.78 est 3.4578×10^2 . Celle de -0.76 est $-7,6 \times 10^{-1}$

Exercice 4.2. Trouver la troncature, la valeur arrondie à 10^{-3} près et l'écriture scientifique des nombres suivants : -23.4787 ; -0.00034567

Exercice 4.3. Simplifier au maximum, donner le résultat en écriture scientifique, puis un ordre de grandeur :

$$A = 3 \times 10^{21} \times 6 \times (10^3)^{-3}$$

$$B = (3.4 \times 10^{-5})^2 + (4 \times 10^4)^3$$

$$C = \frac{3 \times 10^{34} \times 7 \times (10^3)^{50}}{35 \times 10^2 \times 10^{-34}}$$

Les Annexes

1 Quelques *Règles* du jeu

1.1 Maîtriser ses *Puissances*

Définition 1. Soit a un nombre et n un nombre entier positif.

– Si $n \geq 1$, alors $a^n = \dots$ En particulier $a^1 = \dots$

– Si $n = 0$ et $a \neq 0$ alors $a^0 = \dots$

Si de plus $a \neq 0$, on définit le nombre a^{-n} comme du nombre a^n : $a^{-n} = \dots$

Exemples : $(-1, 5)^3 = \dots$

$5^{-4} = \dots = \dots$

$(-3)^{-2} = \dots = \dots$

Attention !!. Ne pas confondre $(-a)^n$,, et

Exemples : $(-2)^4 = \dots$ – $2^4 = \dots$

$-2^{-4} = \dots$ et $(-2)^{-4} = \dots$

Propriété 1. Quels que soient les nombres a et b , et les entiers relatifs n et m , les égalités suivantes sont vérifiées, si elles sont définies :

$$a^n \times a^m = \dots \quad (a^n)^m = \dots \quad \frac{a^n}{a^m} = \dots \quad (ab)^n = \dots \quad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \dots$$

Exemples :

1.2 Ne pas oublier ses *Racines*

Définition 2. Si a est un nombre positif alors $\sqrt{a}$ est nombre dont vaut a

Conséquence : Dès que l'on voit le nombre $\sqrt{a}$, on doit supposer : $\left\{ \begin{array}{l} - \\ - \\ - \end{array} \right.$

Propriété 2. Si a et b sont des nombres positifs et n un entier relatif, alors on a :

$$\sqrt{ab} = \dots\dots \quad \sqrt{\frac{a}{b}} = \dots\dots \text{ si } b \neq 0 \quad \sqrt{a^n} = \dots\dots$$

Attention !!. Ne pas confondre $\sqrt{a+b} \dots \sqrt{a} + \sqrt{b}$

Propriété 3. $\sqrt{a^2} = \dots a$. On appelle ce nombre “valeur absolue” de a et on le note $|a|$

Exemple : $\sqrt{(2-\pi)^2} = \dots$

Exercice 1.1. Sans utiliser la calculatrice, trouver la valeur exacte des nombres suivants :

$$\begin{array}{cccccc} \sqrt{2} \times \sqrt{18} & \sqrt{25 \times 49} & \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} & \sqrt{\frac{36}{49}} & \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} \\ \sqrt{11^2} & \sqrt{2^2 \times 5^2 \times 7^2} & \sqrt{7} \times \sqrt{2^2 \times 7} & \sqrt{2} \times \sqrt{6} \times \sqrt{3} \end{array}$$

Exercice 1.2. Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants et donner sa valeur exacte :

$$\begin{array}{cccccc} \frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}} & \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{125}} & \sqrt{25-16} & \sqrt{25} - \sqrt{16} \\ \sqrt{4^2 \times 5} & \sqrt{10^8} & \sqrt{25 \times 2^6} & \sqrt{8100} & \sqrt{300} & \sqrt{10^2} \times \sqrt{10^3 \times 10^3} \end{array}$$

Exercice 1.3. Effectuer l'opération suivante : $\frac{14}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{3}$

Exercice 1.4. Écrire A et b sous la forme $a\sqrt{2}$ où a est un nombre entier :

$$\begin{cases} A = \sqrt{8} + \sqrt{50} \\ B = \sqrt{8} \times \sqrt{50} \end{cases}$$

Écrire sous la forme $a\sqrt{b}$: $C = \sqrt{18} + \sqrt{12}$ $D = 3\sqrt{5} - 2\sqrt{45}$

Exercice 1.5. Développer : $A = (3\sqrt{2}-4)^2$ $B = (7j+3)(2j+7)$ $C = (3m-1)^2 + (4m+2)(8n+1)$

Factoriser : $D = (2i+1)(3i+2) + (2i+1)(5i+7)$ $E = (x-1)(4x-7) + x-1$

$F = (3y-4)(y-3) + (y+3)(3y-4)$ $G = (3z+6)(-7z-3) + (3z+6)(2z+1) - (3z+6)(4z+1)$

Exercice 1.6. Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$2 - x = 7 \quad ; \quad (x + 3)(2x - 4) = 0 \quad ; \quad 3x - 9 = 0 \quad ; \quad (4x - 1)(3x - 6) = 0$$

Exercice 1.7. Calculer le PGCD de 6536 et de 3488 avec l'algorithme d'Euclide

Exercice 1.8. Donner la décomposition en nombres premiers de 365 904 et de $210375 \times (54)^2$

Exercice 1.9. Trouver le pgcd de 70 et 294, puis leur ppcm.

Exercice 1.10. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations suivantes :

$$2 - x = -7 \quad (x + 4)(2x - 6) = 0 \quad \frac{3x - 9}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0$$

Exercice 1.11. Résoudre dans $\mathbb{Q}$ les équations suivantes :

$$2 - x = -7 \quad (3x + 4)(2x - 5) = 0 \quad \frac{3x - 7}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0$$

Exercice 1.12. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$x^2 = 6 \quad (3x + 4)(2x - 5) = 0 \quad \frac{3x - 7}{4x + 1} = 0 \quad (4x - 1)(3x + 6) = 0 \quad x^2 = -1$$

Exercice 1.13. Les nombres rationnels admettent un développement décimal périodique.

1. Montrer que $a = 0.\underline{3} \in \mathbb{Q}$ (On montrera d'abord que $10a = 3 + 3$)
2. Montrer que $b = 0.\underline{12} \in \mathbb{Q}$
3. Montrer que $c = 0.124\underline{56} \in \mathbb{Q}$

Exercice 1.14. Trouver la troncature, la valeur arrondie à 10^{-3} près et l'écriture scientifique des nombres suivants : -23.4787 ; -0.00034567

Exercice 1.15. Simplifier au maximum, donner le résultat en écriture scientifique, puis un ordre de grandeur :

$$A = 3 \times 10^{21} \times 6 \times (10^3)^{-3} \quad B = (3.4 \times 10^{-5})^2 + (4 \times 10^4)^3 \quad C = \frac{3 \times 10^{34} \times 7 \times (10^3)^{50}}{35 \times 10^2 \times 10^{-34}}$$

1. Somme et produit :

Expression	Somme ou produit ?	Nombre de termes ou de facteurs
$3x$	produit	2 facteurs
$5y^2 - 3y + 1$	somme	3 termes
$4(2a + 3)$		
$a(c + 2) - 3x$		
$(s + 3)(s - 3)$		
$r^2 - 9$		
$4(e + 3)(e - 2) + 5e(e + 1) + 3(e + 4)$		
$2(t + 1) + 3t + 2$		

2. Développer puis réduire si possible les expressions suivantes

$$A = -2a(5x - 3a + 4) \quad B = 5(x + 2) - 2(3x - 1) \quad C = -(a + b) \quad D = -(a - b)$$

Même question pour $E = (2x - 3)(5x + 2)$. Contrôler le résultat obtenu pour $x = -3$

3. Factoriser les sommes ci-dessous en faisant apparaître le ou les facteur(s) commun(s) :

$$\begin{aligned} \underline{(x + 3)} + 2\underline{(x + 3)}(x - 1) &= \underline{(x + 3)}[1 + 2(x - 1)] \\ 5\underline{(z - 2)}(z^2 + 7) - 8z\underline{(z - 2)} &= \underline{(z - 2)}[5(z^2 + 7) - 8z] \\ (4x + 1)(x - 2) + x(x - 2) &= \\ (4x + 1)(x - 2) - x(2 - x) &= \\ (5u - 2)(4u + 3) - (7u + 1)(4u + 3) &= \\ 8g^3 + 4g &= \\ 5d - 5 &= \\ (a + b)(c + d) + c(a + b) &= \end{aligned}$$

4. Avec les identités remarquables :

$(a + b)^2 =$ $(a - b)^2 =$ $(a + b)(a - b) =$
--

À l'aide d'une identité remarquable, factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} 16x^2 - 9 &= & 4x^2 + 4x + 1 &= \\ 9x^2 + 24x + 16 &= & 4x^2 - 12x + 9 &= \\ x^2 - 3 &= & & \end{aligned}$$

MODULE BÊTE ET MÉCHANT

Exercice 2.1. Simplifier au maximum : $(3^7 \times 2^{-6})^5 \times \left(\frac{2}{3}\right)^{33}$ $\frac{4^{-2}}{4 \times 49^{-3}} \times \left(-\frac{4}{7}\right)^5$

Exercice 2.2. Calculer et mettre sous la forme la plus simple possible :

$$\begin{array}{lll} \frac{7 + \frac{1}{3}}{6 - \frac{13}{4}} & (\sqrt{3} - 5)^2 + \sqrt{3}(9 - \sqrt{3}) & \sqrt{72} + \sqrt{32} - 6\sqrt{8} \\ \frac{3\sqrt{5}}{2} \times \sqrt{\frac{12}{15}} & \frac{1}{3 + \sqrt{5}} & \frac{3 - \sqrt{6}}{4 - \sqrt{5}} \\ & & \frac{3}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} - \frac{5}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} \end{array}$$

Exercice 2.3. Effectuer :

$$\begin{array}{lll} A = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right) + \frac{1}{2} & B = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) \left(1 + \frac{1}{3}\right) & C = \left(2 - \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{2}{5} - 1\right) \\ D = \left(3 - \frac{2}{3}\right) \div \frac{5+2}{8-2} & E = \frac{4}{5} - \frac{7}{5} \times \left(2 + \frac{5}{6}\right) & F = \frac{6}{7} + 3 \div \frac{5}{3} + 1 \\ & & G = \frac{3 + \frac{6}{7}}{3 - \frac{6}{7}} \end{array}$$

Exercice 2.4. Simplifier l'écriture des nombres suivants : $A = 1 + \frac{2}{1 + \sqrt{3}}$ et $B = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \sqrt{3}}}$

Exercice 2.5. Développer puis simplifier :

$$(4 - 3\sqrt{2})^2 \qquad (3\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 \qquad (2\sqrt{3} - 5\sqrt{7})(2\sqrt{3} + 5\sqrt{7})$$

Exercice 2.6. Démontrer que les nombres suivants sont entiers :

$$A = \sqrt{\frac{722}{2}} \quad ; \quad B = \frac{(a+b)^2 - (a-b)^2}{ab} \quad ; \quad C = \frac{3^{10}}{243} \quad ; \quad D = \frac{\sqrt{2} + 1}{\sqrt{2} - 1} - 2\sqrt{2}$$

Exercice 2.7. On considère le nombre suivant : $x = \frac{(8^{n+1} + 8^n)^2}{(4^n - 4^{n-1})^3}$

1. Calculer x lorsque $n = 0$; $n = 1$; $n = 2$; $n = 3$. Que constate-t-on ?
2. Justifier la constatation précédente en simplifiant x .

Exercice 2.8. Le but de cet exercice est de calculer le nombre

$$x = 83\,875\,683\,470^2 - 83\,875\,683\,469 \times 83\,875\,683\,471$$

1. Que donne ce calcul avec la calculatrice ?
2. On pose $a = 83\,875\,683\,470$. Exprimer x en fonction de a , puis en simplifiant déterminer x .

Exercice 2.9. Quelle est la somme des chiffres du nombre $N = 10^{2000} - 2000$

ACTIVITÉS SUR LES NOMBRES ENTIERS POSITIFS

Activité 1 :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$3 - x = 1 \qquad \frac{x}{4} = 5 \qquad 2x + 3 = 5 \qquad 3x = 0 \qquad (x - 3)(3x - 6) = 0$$

Rappel : Pour résoudre une équation produit, on utilise la règle : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?
3. Si on additionne deux entiers naturels, obtient-on un entier naturel ?
4. Si on soustrait deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?
5. Si on multiplie deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?
6. Si on divise deux entiers naturels obtient-on un entier naturel ?

Activité 2 :

1. Que signifie être multiple d'un nombre ? Diviser un nombre ?
2. Rappeler tous les critères de divisibilités que vous connaissez.
3. Quel autre critère pourrait-on trouver pour être divisible par 4 ? par 6 ? par 8 ? par 9 ? par 10 ? par 12 ? par 14 ? ...
4. Cocher les cases dans le tableau ci-dessous quand la réponse est "oui" :

Divisible par	2	3	4	5	6	8	9	10	12	14
420										
630										
583										
47 628										
15 552										
4 790 016										
161 051										
143										
131										

5. Pourquoi a-t-on un problème pour la colonne du 14 ?
6. 143 et 131 n'ont pas de cases cochées. Quelles nombres particuliers sont-ils peut-être ?
7. Etait-il utile de regarder si ces nombres étaient divisibles par 4, 6, 8, 9, 10, 12 et 14 ? Pourquoi ?
8. 143 et 131 sont-ils divisibles par 11 ?
9. Que cela permet-il d'affirmer pour l'un d'entre eux ?
10. Doit-on regarder pour tous les nombres s'ils ne divisent pas 131 et jusqu'où doit-on regarder ?

Activité 3 :*Preamble :*

1. Le nombre 40500 est-il divisible par 2 ? Est-il un multiple de 2 ?
2. Mêmes questions pour le nombre 1260 ?
3. Que peut-on en déduire pour la fraction $\frac{40500}{1260}$

Partie 1 :

1. Complète : $40500 = 2 \times \dots$
2. Le résultat de la division euclidienne de 40 500 par 2 est-il encore divisible par 2 ?
3. Si oui, recommence le processus de division par 2 tant que le résultat est entier et note les calculs successifs comme ci-dessus.
4. Est-il utile de regarder si l'on peut diviser le dernier résultat par 4 ? Pourquoi ?
5. Regarde alors *astucieusement* par quoi le dernier résultat est encore divisible et effectue la division euclidienne. Note le résultat comme ci-dessus.
6. Recommence la question 5 tant que ton diviseur n'est pas 1.
7. Complète : $40500 = 2 \times \dots \dots = 2 \times 2 \times \dots \dots = 2 \times 2 \times 3 \times \dots \dots = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times \dots \dots = \dots \dots$
Donc $40500 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times \dots$

On appelle cette écriture *la décomposition en nombres premiers* de 40 500.

Partie 2 : Effectue la décomposition en nombres premiers de 1 260 et complète :

$$1260 = 2^{\dots} \times 3^{\dots} \times \dots \dots$$

Partie 3 : Utilise ce qu'on a fait avant pour :

1. Simplifier $\frac{40500}{1260}$
2. Simplifier $\sqrt{40500}$ et $\sqrt{1260}$
3. Trouve le PGCD(40 500 ; 1 260) puis le PPCM(40 500 ; 1 260).

ACTIVITÉS SUR LES ENSEMBLES DE NOMBRES

Activité 1 :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 3 - x = -5 & -\frac{x}{4} = 5 & (2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(x - 1) = 0 \\
 3x - 12 = 9 & (x - 3)(3x - 6) = 0 & \frac{2x + 4}{6x - 2} = 0 & x^2 - 1 = 0
 \end{array}$$

Rappel : Pour résoudre une équation produit, on utilise la règle : $A \times B = 0 \iff A = 0$ ou $B = 0$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?
3. Si on additionne deux entiers relatifs, obtient-on un entier relatif ?
4. Si on soustrait deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?
5. Si on multiplie deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?
6. Si on divise deux entiers relatifs obtient-on un entier relatif ?

Activité 2 :

1. Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{array}{llll}
 3 - 2x = -5 & -\frac{x}{4} = 2 & (2x + 3)(x + 1) + (2x + 3)(x - 1) = 0 \\
 3x - 10 = 9 & (x + 3)(3x - 7) = 0 & \frac{2x + 1}{6x - 2} = 0 & x^2 - \frac{1}{4} = 0
 \end{array}$$

2. De quelle nature sont les nombres solutions des équations précédentes ?
3. Si on additionne deux nombres rationnels, obtient-on un nombre rationnel ?
4. Si on soustrait deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?
5. Si on multiplie deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?
6. Si on divise deux nombres rationnels obtient-on un nombre rationnel ?

ACTIVITÉS SUR LES NOMBRES DÉCIMAUX

Voici une liste de nombre réels :

$$\frac{1}{3} \quad ; \quad \frac{\pi}{9} \quad ; \quad \sqrt{3} \quad ; \quad -\sqrt{2} \quad ; \quad \frac{6}{7} \quad ; \quad \frac{2}{3}$$

1. Dire à quels ensembles ces nombres appartiennent.
2. Sur la droite réelle, il est facile de placer les éléments de $\mathbb{N}$ et de $\mathbb{Z}$. C'est plus délicat pour les autres. Comment placer les éléments précédents ?
3. Trouver la valeur approchée à 10^{-2} près, la troncature à l'unité et enfin l'écriture scientifique de chacun des nombres précédents.
4. À quels ensemble de nombre appartiennent ces valeurs approchées ?
5. Si on additionne deux décimaux, obtient-on un décimal ?
6. Si on soustrait deux décimaux, obtient-on un décimal ?
7. Si on multiplie deux décimaux, obtient-on un décimal ?
8. Si on divise deux décimaux, obtient-on un décimal ?

MODULE B&M LE RETOUR

Exercice 3.1. Soit p un nombre premier supérieur ou égal à 3. On pose : $a = \frac{p+1}{2}$ et $b = \frac{p-1}{2}$

1. Justifier que a et b sont des entiers naturels.
2. Calculer $a^2 - b^2$ en fonction de p .
3. Démontrer que tout nombre premier $p \geq 3$ peut s'écrire comme différence de deux carrés d'entiers.
4. Donner cette différence pour $p = 29$

Exercice 3.2. Les nombres 5814 et 3876 ont-ils les mêmes diviseurs premiers ?

Exercice 3.3. Soient $a = 591500$ et $b = 280280$.

1. Décomposer a et b en produits de facteurs premiers.
2. Simplifier $\sqrt{a} \times \sqrt{b}$
3. Simplifier $\frac{a}{b}$
4. Trouver $\text{pgcd}(a; b)$ et $\text{ppcm}(a; b)$
5. Trouver le nombre de diviseurs de a .

Exercice 3.4. On note $\phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ le nombre d'or.

1. Démontrer que $\phi^2 = \phi + 1$

On suppose que ϕ peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$ avec $p \in \mathbb{N}$ et $q \in \mathbb{N}^*$.

2. p et q peuvent-ils être tous les deux pairs ?
3. À l'aide de l'égalité démontrée au 1), prouver que $p^2 = q^2 + pq$.
4. En déduire que $p^2 - q^2 = pq$
5. Si p et q sont tous les deux impairs, de quelle parité sont : pq , p^2 , q^2 et $p^2 - q^2$?
6. Étudier de même le cas où p est pair et q impair, puis le cas où p est impair et q pair
7. Que peut-on en déduire sur la nature du nombre ϕ ?

Exercice 3.5. Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$(2x+3)^2 = 9 \quad ; \quad x^2 - 3x = 2x^2 + 5x \quad ; \quad (2x-1)^2 = (x+3)^2 \quad ; \quad x^2 = (x+1)^2$$

Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations suivantes :

$$(x+1)^2 - 3x(x+1) = 0 \quad ; \quad (2-x)(3+x) = 2(3-2x)(2-x) \quad ; \quad 9 - x^2 = (x+3)(2-3x)$$

Résoudre dans $\mathbb{Q}$ les équations suivantes :

$$x(3x+1) = x^2 \quad ; \quad (x-1)^2 = 4 \quad ; \quad (3x+4)(2x-3) - (2x+3)(3x+4) = 0$$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$(5x-4)^2 - (3x+7)^2 = 0 \quad ; \quad (x-2)^2 = \frac{1}{16}(5-2x)^2$$

$$(x-1)^2 = (x+1)^2 \quad ; \quad 3x(x+1) = (x-2)(x+1) \quad ; \quad (x+2)(2x-4) + x^2 + 4x + 4 = 0$$

Exercice 3.6. Résoudre l'équation $x^2(1-x) = 0$. Résoudre l'inéquation $x^2(1-x) \geq 0$.

Exercice 3.7. Résoudre l'inéquation suivante : $\frac{(x+1)^2(x-2)}{(2-x)(3x-2)} \leq 0$

Exercice 3.8. Un père de trois enfants laisse en héritage 1600 couronnes. Le testament précise que l'aîné doit recevoir 200 couronnes de plus que le deuxième, le deuxième 100 couronnes de plus que le dernier. De quelle somme hérite chacun des enfants ?

Exercice 3.9. On considère un parallélépipède rectangle de dimension x , x et 16cm. Faire un schéma de la situation. Sachant que son volume V vaut 900cm^3 , calculer la longueur x du côté de sa base carré.

Exercice 3.10. On considère l'équation $x^2 - x - 1 = 0$. Le nombre $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ est-il solution de l'équation ?

Exercice 3.11. On considère l'équation : $\frac{2}{x^2-25} = \frac{1}{x-5}$.
Préciser les contraintes de cette équation puis la résoudre.

Exercice 3.12. On donne $A(x) = 2(1-x)(9x-12) - 9x^2 + 16$.

1. Développer puis simplifier $A(x)$.
2. Factoriser $A(x)$.
3. Résoudre l'équation $A(x) = 0$
4. Résoudre l'équation $A(x) = -8$.

Exercice 3.13. Le thermomètre de Jojo l'esquimau est cassé : au lieu d'indiquer la température extérieure normale, il la divise par cinq, ajoute 1 et élève au carré. Jojo lit 36° sur son thermomètre. Quelle température fait-il réellement aujourd'hui au Groenland ?

Exercice 3.14.

1. Vérifier que pour tout réel x : $(x^3 - 1) = (x - 1)(x^2 + x + 1)$
2. Vérifier que pour tout réel x : $x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right) + \frac{3}{4}$
3. Résoudre l'équation $x^2 = \frac{1}{x}$

Exercice 3.15.

1. Vérifier que pour tous réels a et b : $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$ et $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$
2. Résoudre les équations $x^3 = 8$ et $x^3 + 27 = 0$

DEVOIR MAISON N°1

Exercice 4.1.

1. Donner le plus petit ensemble de nombres dans lequel les nombres suivantes sont, en l'écrivant sous la forme la plus appropriée :

$$-\sqrt{9} \quad ; \quad -\frac{23}{7} \quad ; \quad \frac{12}{5} \quad ; \quad \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1}$$

2. Donner s'il existe un exemple de nombre qui est :

- | | | |
|------------------------|--------------------------|------------------------|
| (a) Entier naturel | (c) Entier non décimal | (e) Rationnel non réel |
| (b) Décimal non entier | (d) Rationnel non entier | (f) Irrationnel |

Exercice 4.2.

1. Résoudre dans $\mathbb{N}$ les équations suivantes :

$$(3x-8)(2x+1)=0 \quad ; \quad (3x-2)(2x+1)=x(6x-2) \quad ; \quad -\frac{6}{7}x + \frac{1}{7} = -\frac{3}{7}$$

2. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ puis dans $\mathbb{Q}$ les équations précédentes.

Exercice 4.3.

- Décomposer en produit de facteurs premiers 5814 et 3816
- Simplifier $\sqrt{5814}$ et décomposer en produit de facteurs premiers 3816^5
- Trouver le PGCD de 5814^2 et 3816^5 puis le PPCM de 5814 et 3816

Exercice 4.4.

- Simplifier au maximum la fraction suivante : $\frac{25^{-2} \times (15^3)^6}{9^4 \times (-5)^3}$
- Factoriser les expressions suivantes : $A = (2x+1)^2 - (2x+1)$ et $B = (4x+3)(x+5) + 16x^2 + 24x + 9$
- Écrire l'expression suivante sous la forme $a + b\sqrt{2}$: $A = 14\sqrt{50} - 8\sqrt{72} + \sqrt{2} + \sqrt{32} - 15$

Exercice 4.5.

- Montrer que pour tout entier naturel non nul on a : $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$
- Calculer $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10}$
- Montrer que quel que soit l'entier naturel n non nul on a :

$$\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1) \times n} + \frac{1}{n \times (n+1)} = \frac{n}{n+1}$$

Exercice 4.6. Bonus 3pts :

Le but de cet exercice est de montrer que $\sqrt{2}$ est irrationnel. Pour cela, on va supposer que $\sqrt{2}$ est rationnel, c'est-à-dire que $\sqrt{2}$ peut s'écrire sous la forme d'une fraction irréductible $\frac{p}{q}$, et on va montrer que l'on arrive à une absurdité. On suppose donc $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$.

1. Expliquer pourquoi p et q ne peuvent pas être tous les deux pairs (en même temps).
2. Montrer que $p^2 = 2q^2$.
3. En déduire la parité de p^2 , puis celle de p .
4. Trouver alors la parité de q^2 , puis celle de q .
5. Conclure

Indication : Un nombre n est :

- pair si et seulement si il existe un $n' \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2n'$
- impair si et seulement si il existe un $n' \in \mathbb{N}$ tel que $n = 2n' + 1$

CORRECTION DM N°1

Exercice 4.1.

1.

$$-\sqrt{9} = -3 \in \mathbb{Z} \quad ; \quad -\frac{23}{7} \in \mathbb{Q} \quad ; \quad \frac{12}{5} = 2.4 \in \mathbb{D}$$

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}^2-1^2} = \sqrt{2} - (\sqrt{2}+1) = -1 \in \mathbb{Z}$$

2. (a) Entier naturel : 7824 (c) Entier non décimal : impossible (e) Rationnel non réel : impossible
 (b) Décimal non entier : 82.324 (d) Rationnel non entier : $\frac{983}{2}$ (f) Irrationnel : π

Exercice 4.2.

$$\begin{array}{lll} (3x-2)(2x+1) = x(6x-2) & & -\frac{6}{7}x + \frac{1}{7} = -\frac{3}{7} \\ \Leftrightarrow 6x^2 + 3x - 4x - 2 = 6x^2 - 2x & & \Leftrightarrow -\frac{6}{7}x = -\frac{4}{7} \\ \Leftrightarrow -x - 2 = -2x & & \Leftrightarrow x = -\frac{4}{7} \times \frac{-7}{6} \\ \Leftrightarrow x - 2 = 0 & & \Leftrightarrow x = \frac{2}{3} \\ \Leftrightarrow x = 2 & & \\ S_{\mathbb{N}} = \emptyset & S_{\mathbb{Z}} = \emptyset & S_{\mathbb{N}} = \emptyset \quad S_{\mathbb{Z}} = \emptyset \\ S_{\mathbb{Q}} = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{8}{3} \right\} & S_{\mathbb{Q}} = \{2\} & S_{\mathbb{Q}} = \left\{ \frac{2}{3} \right\} \end{array}$$

Exercice 4.3.

1. $5814 = 2 \times 3^2 \times 17 \times 19$ et $3876 = 2^3 \times 3^2 \times 53$
 2. $\sqrt{5814} = 3\sqrt{2 \times 17 \times 19}$ et $3816^5 = 2^{15} \times 3^{10} \times 53^5$
 3. $\text{pgcd}(5814^2, 3816^5) = \text{pgcd}(2^2 \times 3^4 \times 17^2 \times 19^2; 2^{15} \times 3^{10} \times 53^5) = 2^2 \times 3^4$
 $\text{ppcm}(5814; 3816) = 2^3 \times 3^2 \times 17 \times 19 \times 53$

Exercice 4.4.

1. $\frac{25^{-2} \times (15^3)^6}{9^4 \times (-5)^3} = -\frac{(5^2)^{-2} \times (3 \times 5)^{18}}{(3^2)^4 \times 5^3} = -\frac{5^{-4} \times 3^{18} \times 5^{18}}{3^8 \times 5^3} = -5^{-4-3+18} \times 3^{18-8} = -5^{11} \times 3^{10}$
 2. $A = (2x+1)^2 - (2x+1) = (2x+1)(2x+1-1) = (2x+1)(2x)$
 $B = (4x+3)(x+5) + 16x^2 + 24x + 9 = (4x+3)(x+5) + (4x+3)^2$
 $B = (4x+3)(x+5+4x+3) = (4x+3)(5x+8)$
 3. $A = 14\sqrt{50} - 8\sqrt{72} + \sqrt{2} + \sqrt{32} - 15 = 14 \times 5\sqrt{2} - 8 \times 3 \times 2\sqrt{2} + \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 15$
 $A = 70\sqrt{2} - 48\sqrt{2} + \sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 15 = -15 + 17\sqrt{2}$

Exercice 4.5.

$$1. \quad \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{n+1-n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$$

2.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \frac{1}{4 \times 5} + \frac{1}{5 \times 6} + \frac{1}{6 \times 7} + \frac{1}{7 \times 8} + \frac{1}{8 \times 9} + \frac{1}{9 \times 10} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{6}\right) + \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{7}\right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{8}\right) + \left(\frac{1}{8} - \frac{1}{9}\right) + \left(\frac{1}{9} - \frac{1}{10}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{10} \\ &= \frac{9}{10} \end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \cdots + \frac{1}{(n-1) \times n} + \frac{1}{n \times (n+1)} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \cdots + \left(\frac{1}{n-1} - \frac{1}{n}\right) + \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{n+1} \\ &= \frac{n+1-1}{n+1} \\ &= \frac{n}{n+1} \quad \text{CQFD} \end{aligned}$$

DEVOIR SURVEILLÉ N°1

Exercice 5.1. Entiers naturels et nombre premiers (9 points)

1. Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres suivants : 720 et 9828
2. Trouver $\text{pgcd}(720; 9828)$
3. Trouver la décomposition en produit de facteurs premiers de 720^{34} .
4. Simplifier $\frac{9828}{720^{34}}$
5. Montrer que les nombres suivants sont des entiers naturels :

$$A = \frac{\sqrt{720}}{\sqrt{5}} \qquad B = \frac{9828^{46}}{8281}$$

Indication : on pourra décomposer 8281 en produit de facteurs premiers.

6. Les nombres suivants sont-ils premiers ? (Détaillez votre démarche) : $A = 1789$ et $B = 1793$

Exercice 5.2. Équations et ensembles de nombres (5 points)

1. Donner s'il existe un exemple de nombre qui est :

(a) Entier naturel	(c) Rationnel non réel
(b) Décimal non entier	(d) Irrationnel
2. Préciser pour chacun de vos nombres choisis s'ils existent tous les ensembles de nombres auxquels ils appartiennent
3. Résoudre dans $\mathbb{Z}$ les équations suivantes :

$$(-3x - 4)(2x - 8) = 0 \qquad -\frac{6}{13}x + \frac{1}{13} = -\frac{3}{13}$$

Exercice 5.3. Équations (3 points)

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$x^2 = 4 \qquad \frac{3x + 7}{-4x + 54} = 0 \qquad (4x - 1) \left(-2x + \frac{1}{2} \right) + (4x + 1) = 0$$

Exercice 5.4. Fractions (3 points)

1. Écrire sous la forme d'une fraction irréductible : $A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{5}$
2. On note $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$. Développer $\Phi^2 = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right)^2$. Montrer que $\Phi^2 = \Phi + 1$

CORRECTION DS N°1

Exercice 5.1. Entiers naturels et nombre premiers (9 points)

1. $720 = 2^4 \times 3^2 \times 5$ et $9828 = 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13$
2. $\text{pgcd}(720; 9828) = \text{pgcd}(2^4 \times 3^2 \times 5; 2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13) = 2^2 \times 3^2$
3. $720^{34} = (2^4 \times 3^2 \times 5)^{34} = 2^{4 \times 34} \times 3^{2 \times 34} \times 5^{34} = 2^{136} \times 3^{68} \times 5^{34}$
4. $\frac{9828}{720^{34}} = \frac{2^2 \times 3^3 \times 7 \times 13}{2^{136} \times 3^{68} \times 5^{34}} = \frac{7 \times 13}{2^{136-2} \times 3^{68-3} \times 5^{34}} = \frac{7 \times 13}{2^{134} \times 3^{65} \times 5^{34}}$
5. $A = \frac{\sqrt{720}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{720}{5}} = \sqrt{2^4 \times 3^2} = 2^2 \times 3 \in \mathbb{N}$
 $B = \frac{9828^{46}}{8281} = \frac{2^{2 \times 46} \times 3^{3 \times 46} \times 7^{46} \times 13^{46}}{7^2 \times 13^2} = 2^{92} \times 3^{138} \times 7^{46-2} \times 13^{46-2} = 2^{92} \times 3^{138} \times 7^{44} \times 13^{44}$
6. On a $\sqrt{A} = \sqrt{1789} \simeq 42.3$. On teste la divisibilité de A par tous les nombres premiers jusqu'à 42.
 Aucun ne divise A . Donc A est un nombre premier.
 On a $\sqrt{B} = \sqrt{1793} \simeq 42.3$. On teste la divisibilité de B par tous les nombres premiers jusqu'à 42.
 On trouve que $1793 = 11 \times 163$. Donc B n'est pas premier.

Exercice 5.2. Équations et ensembles de nombres (5 points) cf *DM1*

- $3 \in \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- $1.5 \in \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$
- $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{R}$: impossible
- $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} : \sqrt{6} \subset \mathbb{R}$

$$\begin{array}{rcl}
 (-3x-4)(2x-8) & = & 0 \\
 -3x+4=0 \text{ ou } 2x-8 & = & 0 \\
 x = \frac{4}{3} \text{ ou } x & = & 4 \\
 S & = & \{4\}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 -\frac{6}{13}x + \frac{1}{13} & = & -\frac{3}{13} \\
 -6x+1 & = & -3 \\
 x & = & \frac{2}{3} \\
 S & = & \emptyset
 \end{array}$$

Exercice 5.3. Équations (3points)

$$\begin{array}{rcl}
 \frac{3x+7}{-4x+54} & = & 0 \\
 \begin{cases} 3x+7=0 \\ -4x+54 \neq 0 \end{cases} & & \\
 x^2 & = & 4 \\
 x^2-4 & = & 0 \\
 (x-2)(x+2) & = & 0 \\
 x=2 \text{ ou } x & = & -2 \\
 S & = & \{-2; 2\}
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{rcl}
 (4x-1)\left(-2x+\frac{1}{2}\right) + (4x+1) & = & 0 \\
 (4x+1)\left[-2x+\frac{1}{2}+1\right] & = & 0 \\
 (4x+1)\left(-2x+\frac{3}{2}\right) & = & 0 \\
 4x+1=0 \text{ ou } -2x+\frac{3}{2} & = & 0 \\
 x=-\frac{1}{4} \text{ ou } x & = & \frac{3}{4} \\
 S & = & \left\{-\frac{1}{4}; \frac{3}{4}\right\}
 \end{array}$$

Exercice 5.4. Fractions (3 points)

$$1. A = \frac{\frac{4}{3} + \frac{1}{2}}{\frac{5}{5}} = \frac{\frac{8}{6} + \frac{3}{6}}{\frac{11}{5}} = \frac{\frac{11}{6}}{\frac{11}{5}} = \frac{11}{6} \times \frac{5}{11} = \frac{5}{6} \quad \text{et 2. cf Exercice 3.12.}$$