Devoir Surveillé n°4

Exercice 8.1. (11 points)

1. $D_f = [-4; 6]$
2. $f(5) = 1$
3. $f(-4) = -5$
4. Les antécédents de -2 sont -3, -1 et 3.
5. Il n'existe pas d'antécédent de 2.
6. (a) $\mathcal{S} = \{-3.5; 0.2; 2\}$

   (b) $\mathcal{S} =]4; 6[$
7.

x	-4		-2		1		5		6
$f(x)$	-5	↗	-1	↘	-4	↗	1	↘	0

8. Le minimum de la fonction f sur $[-1; 3]$ est -4 atteint quand $x = 1$

Exercice 8.2. (6 points)

x	-10		-7		-1		0		4		6		10
$g(x)$	0.01	↗	2	↘	0	↘	-5	↗	0	↗	3	↘	1

1. (a) $g(-7) = 2$ et la fonction g est strictement décroissante sur $[-7; -1]$ donc $-7 < -6 \Rightarrow g(-7) > g(-6) \Leftrightarrow 2 > g(-6)$. VRAI

   (b) Sur $[0; 4]$ la fonction g est strictement croissante donc $1 < 3 \Rightarrow g(1) < g(3)$. FAUX

   (c) Sur $[-7; -1]$ la fonction g est strictement décroissante donc $-5 < -3 \Rightarrow g(-5) > g(-3)$. FAUX

   (d) $-9 \in [-10; -7]$ et $-6 \in [-7; -1]$, intervalles sur lesquels la fonction g est respectivement croissant puis décroissante. Le tableau ne nous permet donc pas de comparer $g(-9)$ et $g(-6)$.
2.

x	-10		-1		4		10
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 8.3. (2 points)

- $Norbert(x) = Simone(x)$: $\mathcal{S} = \{-1.7; 1\}$
- $Norbert(x) > Simone(x)$: $\mathcal{S} =]-\infty; -1.7[\cup]1; +\infty[$

<u>Exercice</u> 8.4. (12 points)

1. On se donne la fonction h définie par $h(x) = (3x-2)^2 - 16$
   (a) La fonction h n'a ni racine ni quotient, donc $D_h = \mathbb{R}$.
   (b) $h(0) = (3 \times 0 - 2)^2 - 16 = (-2)^2 - 16 = 4 - 16 = -12$.
   $h(-1) = (3 \times (-1) - 2)^2 - 16 = (-5)^2 - 16 = 25 - 16 = 9$.
   (c) $h(\sqrt{3}) = \left(3\sqrt{3} - 2\right)^2 - 16 = 9 \times 3 - 2 \times 3\sqrt{3} \times 2 + 4 - 16 = 6 - 6\sqrt{3}$
   (d) i. $h(x) = (3x - 2 - 4)(3x - 2 + 4) = (3x-6)(3x+2)$
   ii. $h(x) = 0 \Leftrightarrow (3x-6)(3x+2) = 0 \Leftrightarrow 3x - 6 = 0$ ou $3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$ ou $x = -\dfrac{2}{3}$.
   iii.

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		2		$+\infty$
$3x-6$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x+2$		$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Cette fonction est donc positive quand $x \in]-\infty; -\frac{2}{3}] \cup [2; +\infty[$
   iv. On trace sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction h, et on regarde les abscisses des points pour lesquelles la courbe est au dessus de l'axe des abscisses.
   (e) $h(x) = -16 \Leftrightarrow (3x-2)^2 - 16 = -16 \Leftrightarrow (3x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{2}{3}$. L'antécédent de -16 est $\dfrac{2}{3}$.
   (f) i. $h(x) = (3x-2)^2 - 16 = 9x^2 - 2 \times 3x \times 2 + 4 - 16 = \times 9x^2 - 12x - 12$.
   ii. $h(x) = -12 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x - 12 = -12 \Leftrightarrow 9x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow 3x(3x-4) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $3x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \dfrac{4}{3}$. Les antécédents de 9 par h sont 0 et $\dfrac{4}{3}$.

<u>Exercice</u> 8.5. (9 points)

1. x est une longueur donc on ne peut pas avoir $x = -5$. Un triangle est constructible si la somme de deux côtés est inférieur au troisième, on doit dont avoir $x < AB + AC = 20$ et x varie dans $[0; 20]$.
2.

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$a(x)$	0	5.00	9.95	14.83	19.60	23.85	28.62	32.79	36.66	40.19	43.30

x	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
$a(x)$	45.93	48	49.40	49.99	49.61	48	44.78	39.23	29.66	0

3. cf calculatrice graphique (attention à l'échelle !)
4. On trouve $14 < M < 15$.
5.

x	13.9	14	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5
$a(x)$	49.97	49.99	50.00	50.00	49.99	49.97	49.93

6. On a $14.1 < M < 14.3$
7. Dans ce cas, on s'aperçoit que $AB^2 + AC^2 = 10^2 + 10^2 = 200$ et que $\sqrt{200} \simeq 14.2$. Le triangle isocèle d'aire maximale serait donc rectangle.