Devoir Surveillé n°4

Exercice 8.1. (12 points)

1. $D_f = [-4;6]$
2. $f(5) = -1$
3. $f(-4) = 5$
4. Les antécédents de 2 sont -3, -1 et 3.
5. Il n'existe pas d'antécédent de -2.
6. (a) $\mathcal{S} = \{-3.5; 0.2; 2\}$
   (b) $\mathcal{S} =]4;6[$
7.

x	-4		-2		1		5		6
$f(x)$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0

8. Le maximum de la fonction f sur $[-1;3]$ est 4 atteint quand $x = 1$

Exercice 8.2. (6 points)

x	-10		-7		-1		0		4		6		10
$g(x)$	0.01	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	1

1. (a) Sur $[0;4]$ la fonction g est strictement croissante donc $1 < 3 \Rightarrow g(1) < g(3)$. FAUX
   (b) $g(-7) = 2$ et la fonction g est strictement décroissante sur $[-7;-1]$ donc $-7 < -6 \Rightarrow g(-7) > g(-6) \Leftrightarrow 2 > g(-6)$. VRAI
   (c) $-9 \in [-10;-7]$ et $-6 \in [-7;-1]$, intervalles sur lesquels la fonction g est respectivement croissant puis décroissante. Le tableau ne nous permet donc pas de comparer $g(-9)$ et $g(-6)$.
   (d) Sur $[-7;-1]$ la fonction g est strictement décroissante donc $-5 < -3 \Rightarrow g(-5) > g(-3)$. FAUX
2.

x	-10		-1		4		10
$g(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Exercice 8.3. (2 points)

- $Norbert(x) = Simone(x)$: $\mathcal{S} = \{-1.7; 1\}$
- $Norbert(x) < Simone(x)$: $\mathcal{S} =]1.7; 1[$

<u>Exercice</u> 8.4. (20 points)

1. On se donne la fonction h définie par $h(x) = (3x-5)^2 - 16$
   (a) La fonction h n'a ni racine ni quotient, donc $D_h = \mathbb{R}$.
   (b) $h(0) = (3 \times 0 - 5)^2 - 16 = (-5)^2 - 16 = 25 - 16 = 9$.
   $h(-1) = (3 \times (-1) - 5)^2 - 16 = (-8)^2 - 16 = 64 - 16 = 48$.
   (c) $h(\sqrt{2}) = \left(3\sqrt{2} - 5\right)^2 - 16 = 9 \times 2 - 2 \times 3\sqrt{2} \times 5 + 25 - 16 = 27 - 30\sqrt{2}$
   (d) i. $h(x) = (3x - 5 - 4)(3x - 5 + 4) = (3x - 9)(3x - 1)$
   ii. $h(x) = 0 \Leftrightarrow (3x-9)(3x-1) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9 = 0$ ou $3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ ou $x = \dfrac{1}{3}$.
   iii.

x	$-\infty$		$\frac{1}{3}$		3		$+\infty$
$3x-9$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x-1$		$-$	0	$+$		$+$	
$h(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

   Cette fonction est donc positive quand $x \in]-\infty; \frac{1}{3}] \cup [3; +\infty[$
   iv. On trace sur la calculatrice la courbe représentative de la fonction h, et on regarde les abscisses des points pour lesquelles la courbe est au dessus de l'axe des abscisses.
   (e) $h(x) = -16 \Leftrightarrow (3x-5)^2 - 16 = -16 \Leftrightarrow (3x-5)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{3}$. L'antécédent de -16 est $\dfrac{5}{3}$.
   (f) i. $h(x) = (3x-5)^2 - 16 = 9x^2 - 2 \times 3x \times 5 + 25 - 16 = \times 9x^2 - 30x + 9$.
   ii. $h(x) = 9 \Leftrightarrow 9x^2 - 30x + 9 = 9 \Leftrightarrow 9x^2 - 30x = 0 \Leftrightarrow 3x(3x - 10) = 0 \Leftrightarrow 3x = 0$ ou $3x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \dfrac{10}{3}$. Les antécédents de 9 par h sont 0 et $\dfrac{10}{3}$.
2. On se donne la fonction t défiie par $t(x) = \dfrac{3x}{4 - 4x}$.
   (a) On doit avoir $4 - 4x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq 1$. L'ensemble de définition de la fonction t est $D_t = \mathbb{R}\backslash\{1\}$.
   (b)

x	-2	-1.5	-1	-0.5	0	0.5	0.8	0.9
$t(x)$	-0.5	-0.45	-0.38	-0.25	0	0.75	3	6.75

x	1.1	1.2	1.5	2	2.5	3	3.5	4
$t(x)$	-8.25	-4.5	-0.32	-1.5	-1.25	-1.125	-1.05	-1

   (c) Voir calculatrice graphique ...
   (d) $t(0.2) = \dfrac{3 \times 0.2}{4 - 4 \times 0.2} = \dfrac{0.6}{3.2} = 0.1875 \neq 0.2$. Donc le point de coordonnées $(0.2; 0.2)$ n'appartient pas à la courbe.
   (e) $0.4 < a < 0.5 \Leftrightarrow 1.2 < 3a < 1.5$ et $0.4 < a < 0.5 \Leftrightarrow -1.6 > -4a > -2 \Leftrightarrow 2.4 > 4 - 4a > 2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2.4} < \dfrac{1}{4-4a} < \dfrac{1}{2}$. Donc $\dfrac{1.2}{2.4} < \dfrac{3a}{4-4a} < \dfrac{1.5}{2} \Leftrightarrow \dfrac{1}{2} < t(a) < \dfrac{3}{4}$.