DEVOIR SURVEILLÉ 7

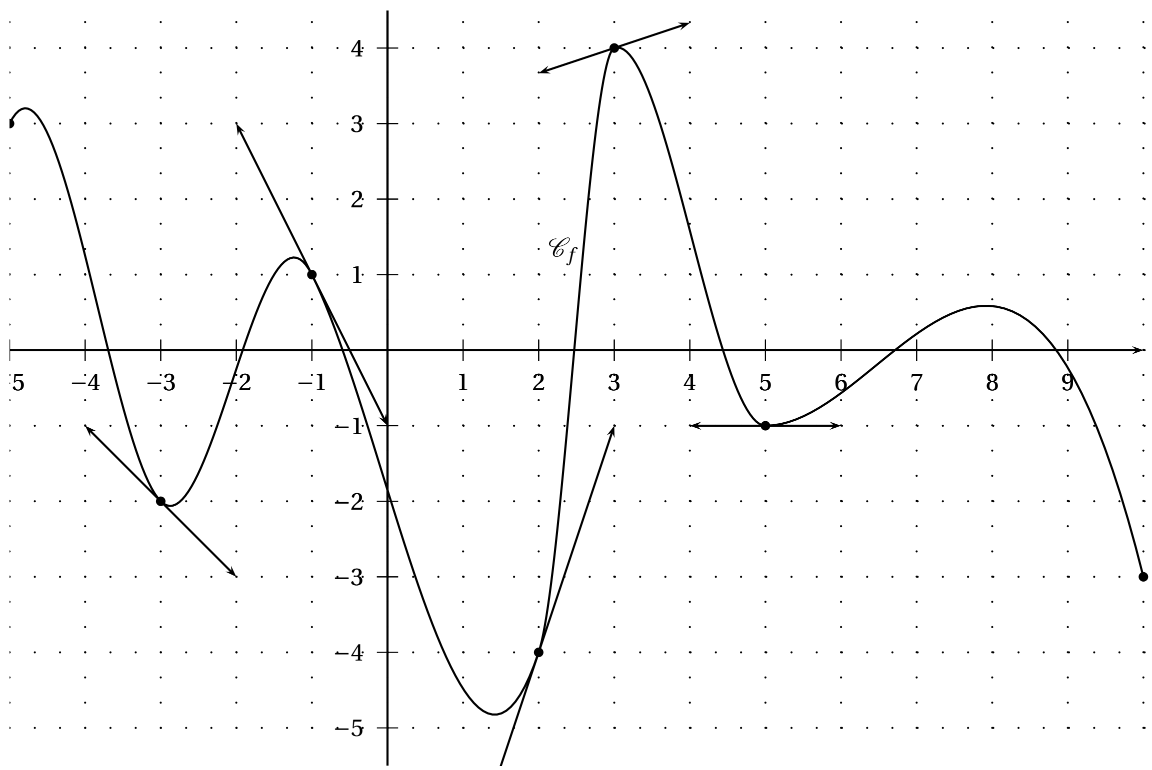
Dans ce devoir, toute trace de recherche, même non fructueuse, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1. (5 points)

La représentation graphique $\mathscr{C}_f$ d'une fonction f est donnée ci-dessous. En chacun des points indiqués, $\mathscr{C}_f$ admet une tangente qui est tracée.

Lisez, en vous servant du quadrillage, les nombres dérivés :

$$f'(-3) \qquad f'(-1) \qquad f'(2) \qquad f'(3) \qquad f'(5)$$



Exercice 2. (10 points)

1. Calculer les dérivées de chacune des fonctions suivantes :

   (a) $f(x) = -x^3 + 4x^2 - 5x + 7$

   (b) $g(x) = 3x - 1$

   (c) $h(x) = (2x-1)(3-x)$

   (d) $k(x) = -2x^2 + 3x + 98$

   (e) $j(x) = 7x^5 - x + 13$

   (f) $l(x) = \dfrac{2}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 + 5x - 1$

2. On rappelle que pour une fonction f dont on connait la dérivée alors l'équation de la tangente T au point d'abscisse a est :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

   En déduire l'équation de la tangente au point d'abscisse 1 pour chacune des fonctions précédentes. (il s'agit donc de déterminer l'équation de 6 tangentes.

Exercice 3. (4 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = x^2 - 3x + 2$$

1. Calculer $f'(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Dresser le tableau de variations de la fonction f.
3. Donner le nombre de solution de l'équation $f(x) = 0$.
4. Après avoir complété un tableau de valeurs allant de -1 à 3 pour x, tracer dans un repère orthonormal la représentation graphique $\mathscr{C}_f$ sur $[-1;3]$.

Exercice 4. (6 points)

On rappelle que si f est une fonction dérivable sur un intervalle I s'écrivant sous la forme $f = \dfrac{u}{v}$, alors sur I on a :

$$f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

1. Déterminer les dérivées des fonctions suivantes :

   (a) $f(x) = \dfrac{5x-3}{3-2x}$, $x \neq 1,5$.

   (b) $g(x) = \dfrac{1+2x}{4x-1}$, $x \neq 0,25$.

   (c) $h(x) = x - 1 + \dfrac{4}{x}$, $x \neq 0$.

   (d) $k(x) = \dfrac{11-x}{x+1}$, $x \neq -1$.

2. Dresser succesivement les tableaux de variations de f, g, h et k.

Exercice 5. (5 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ sur $\mathbb{R}$

1. Calculer la dérivée f' de la fonction f
2. Quel est le signe du dénominateur de $f'(x)$?
3. Résoudre l'inéquation $f'(x) \geq 0$
4. Dresser le tableau de variations de la fonction f en précisant la valeur M de son maximum et la valeur m de son minimum
5. Tracer (soigneusement) la représentation graphique de la fonction f sur l'intervalle $[-4;4]$