

~ DEVOIR SURVEILLÉ 2 ~

La note tiendra compte de la qualité de la rédaction et de la clarté des raisonnements. En particulier dans l'ensemble du sujet, et pour chaque question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Exercice 1.

(10 points)

On considère le cube ABCDEFGH de côté 4 dans le repère orthonormal $(A; 0.25\vec{AB}; 0.25\vec{AD}; 0.25\vec{AE})$. Ainsi les sommets du cube ont pour coordonnées :

$$A(0;0;0) \quad B(4;0;0) \quad C(4;4;0) \quad D(0;4;0) \quad E(0;0;4) \quad F(4;0;4) \quad G(4;4;4) \quad H(0;4;4)$$

Enfin I est le milieu du segment [AB], J est tel que $\vec{CJ} = \frac{3}{4}\vec{CG}$ et K est tel que $\vec{EK} = \frac{1}{4}\vec{EH}$

L'objectif de cet exercice est de tracer la section du cube par le plan (IJK)

PARTIE A.

(IJK) est bien un plan !

- Déterminer les coordonnées des points I, J et K.
- Justifier que les points I, J et K définissent bien un plan.

PARTIE B.

Recherche d'un point du plan (IJK) sur l'arête [HG].

- Déterminer une représentation paramétrique de la droite (IJ).
 - Vérifier qu'une représentation paramétrique du plan (EFG) est :

$$\begin{cases} x = 4t \\ y = 4t' \\ z = 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad t' \in \mathbb{R}$$

(c) En déduire que le point d'intersection L entre la droite (IJ) et le plan (EFG) a pour coordonnées $L\left(\frac{14}{3}; \frac{16}{3}; 4\right)$

- Démontrer que les représentations paramétriques des droites (KL) et (HG) sont :

$$(KL) : \begin{cases} x = \frac{14}{3}t \\ y = \frac{13}{3}t + 1 \\ z = 4 \end{cases}, t \in \mathbb{R} \quad \text{et} \quad (HG) : \begin{cases} x = 4t' \\ y = 4 \\ z = 4 \end{cases}, t' \in \mathbb{R}$$

- Expliquer pourquoi les droites (KL) et (HG) sont sécantes.
- En déduire que leur point d'intersection P a pour coordonnées $P\left(\frac{42}{13}; 4; 4\right)$

PARTIE C.

Où l'on termine la section

- Placer le point P sur la figure donnée en annexe 1. Quel tracé doit-on effectuer pour obtenir le point Q d'intersection entre le plan (IJK) et la droite (BC).
- Déterminer une équation paramétrique de la droite Δ passant par I et parallèle à (KL).
 - En déduire que le point Q a pour coordonnées :

$$Q\left(4; \frac{13}{7}; 0\right)$$

Placer alors le point Q.

- Terminer la construction de la section.

Exercice 2.**(10 points)****PARTIE A.**

On considère l'algorithme suivant :

Les variables sont le réel U et les entiers naturels k et N .

<p>Entrée Saisir le nombre entier naturel non nul N.</p> <p>Traitement Affecter à U la valeur 0 Pour k allant de 0 à $N - 1$</p> <p>Affecter à U la valeur $3U - 2k + 3$ Fin pour</p> <p>Sortie Afficher U</p>
--

Quel est l'affichage en sortie lorsque $N = 3$?

PARTIE B.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$.

- Calculer u_1 et u_2 .
- Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , $u_n \geq n$.
 - En déduire la limite de la suite (u_n) .
- Démontrer que pour tout entier naturel n on a :

$$u_{n+1} - u_n = 2(u_n - n) + 3$$

- En déduire le sens de variation de la suite (u_n) .
- Soit la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = u_n - n + 1$.
 - Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique.
 - En déduire que, pour tout entier naturel n , $u_n = 3^n + n - 1$.
 - Soit p un entier naturel non nul.
 - Pourquoi est-on sûr qu'il existe un entier n_0 tel que :

$$\forall n \geq n_0 \quad \text{on ait} \quad u_n \geq 10^p \quad ?$$

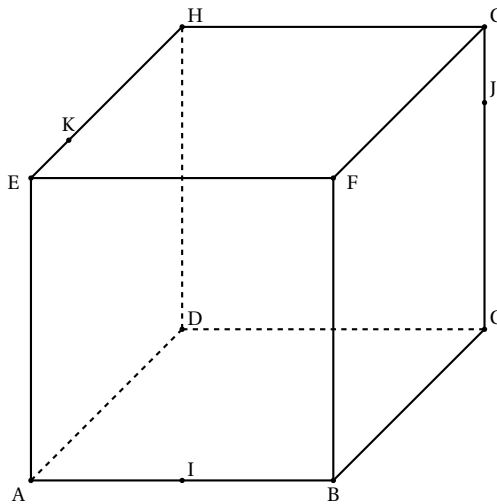
- Déterminer à l'aide de la calculatrice le plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geq n_0$ on ait $u_n \geq 10^3$.
- Compléter l'algorithme, donnée en annexe, qui, pour une valeur de p donnée en entrée, affiche en sortie la valeur du plus petit entier n_0 tel que, pour tout $n \geq n_0$, on ait $u_n \geq 10^p$.

Annexe

Nom :

Prénom :

Classe :

Annexe 1 : Cube de l'exercice 1 à rendre compléter avec la copie.*Annexe 2 : Algorithme de l'exercice 2 à rendre compléter avec la copie.***Variables**

U est un réel.

 n et p sont des entiers naturels.**Entrée**Saisir le nombre entier naturel p .**Traitement**

Affecter à U la valeur 0

Affecter à n la valeur 0

Tant que

Affecter à U la valeur

Affecter à n la valeur

Fin tantque

Sortie

Afficher ...