

LOI NORMALE, PROBABILITÉ ET DÉRIVÉE CORRECTION DU DEVOIR MAISON

Exercice 1. Les trois parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A : Campagne de publicité

1. La probabilité que cette personne connaisse ce téléviseur après une semaine de publicité est $f(1) = \frac{9}{10+40} = \frac{9}{50} = \frac{18}{100} = 0,18$.

La probabilité que cette personne connaisse ce téléviseur après deux semaines de publicité est $f(2) = \frac{18}{20+40} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10} = 0,30$.

2. En calculant cette dérivée comme celle d'un quotient $\frac{u}{v}$, dérivée qui est de la forme $\frac{u'v - uv'}{v^2}$, on obtient :

$$f'(x) = \frac{9(10x+40) - 10 \times 9x}{(10x+40)^2} = \frac{360}{(10x+40)^2}$$

3. $f'(x)$ est un quotient dont les deux termes sont supérieurs à zéro, donc $f'(x) > 0$: la fonction est donc croissante sur l'intervalle $[0; 26]$

4. Voici un algorithme :

(a) L'algorithme donne la plus grande valeur entière de x vérifiant l'inéquation :

$$f(x) < 0,75 \iff \frac{9x}{10x+40} < 0,75 \iff 9x < 0,75(10x+40) \iff 9x < 7,5x+30 \iff 1,5x < 30 \iff 0,5x < 10 \iff x < 20.$$

L'algorithme donnera $x = 19 + 1 = 20$ à la fin de l'exécution de l'algorithme puisque le compteur x est incrémenté de 1 tant que $y < 0,75$.

(b) Le résultat précédent montre que jusqu'à la 19^e semaine moins des trois quarts des personnes connaîtront ce téléviseur.

Partie B : Durée de vie d'un téléviseur

1. (a) On lit sur le graphique $\mu = 84$

(b) Par symétrie de la courbe autour de la droite $x = 84$, on a $P(X \geq 124) = 0,025$, donc

$$P(44 \leq X \leq 124) = 1 - 2P(X \leq 44) = 1 - 0,05 = 0,95.$$

Dans la suite on admet que l'écart-type est $\sigma = 20,4$.

2. La calculatrice donne $P(X > 120) \approx 1 - 0,961 \approx 0,039$, soit 0,04 au centième près.

3. 10 ans représente 120 mois. On a vu dans la question précédente que la probabilité de vie d'un téléviseur après 120 mois était de 0,04; on est donc loin des 0,75 promis par la publicité.

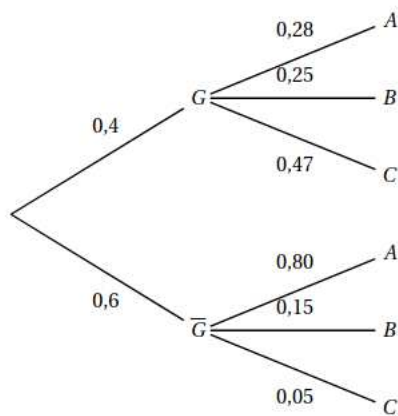
Partie C : Service après-vente

Une enquête a été réalisée dans une grande surface de multimédia sur des clients ayant acheté un téléviseur deux ans plus tôt. On a constaté que :

- 40 % de ces clients ont souscrit une garantie de deux ans. Parmi eux :
 - un quart a contacté une seule fois le service après-vente (SAV);
 - 28 % n'ont pas contacté le SAV;
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.
- Parmi les clients n'ayant pas souscrit de garantie de deux ans :
 - 80 % n'ont pas contacté le SAV;
 - 15 % ont contacté le SAV une seule fois;
 - les autres ont contacté le SAV au moins deux fois.

On choisit au hasard un client ayant acheté un téléviseur dans ce magasin deux ans plus tôt et on note les événements :

- G : « Le client a souscrit une garantie de deux ans »;
- A : « Le client n'a pas contacté le SAV »;
- B : « Le client a contacté le SAV une seule fois »;
- C : « Le client a contacté le SAV au moins deux fois ».



1.

2. On a $P(G \cap A) = P(G) \times P_G(A) = 0,40 \times 0,28 = 0,112$.

3. On calcule de même :

$$P(\bar{G} \cap A) = P(\bar{G}) \times P_{\bar{G}}(A) = 0,60 \times 0,8 = 0,48.$$

D'après la loi des probabilités totales :

$$P(A) = P(G \cap A) + P(\bar{G} \cap A) = 0,112 + 0,48 = 0,592.$$