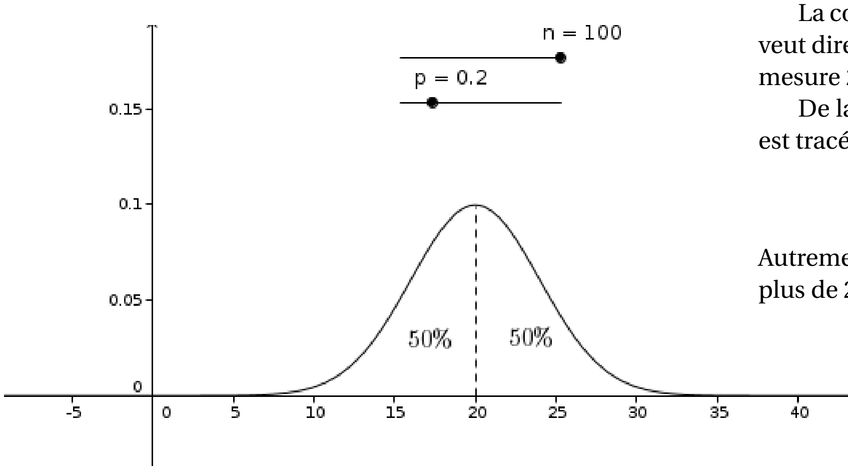
I. Les symétries de la courbe en cloche

Pour bien comprendre la loi normale il faut comprendre la « courbe en cloche » et ses symétries dont découle les probabilités.

Exemple :

Une entreprise fabrique des pièces dont pour les diamètres X suivent une loi normale de paramètre $\mu = 20$ et $\sigma = 4$.



La courbe associée à la loi normale atteint son pic pour 20. Cela veut dire qu'en moyenne les pièces que fabriquent cette entreprise mesure 20 (disons 20 cm).

De la symétrie de la courbe par la droite d'équation $x = 20$ qui est tracée en pointillé sur le graphique ci-dessous, on déduit que :

$$P(X \leq 20) = 0,50 \quad \text{et} \quad P(X \geq 20) = 0,50$$

Autrement dit il y a autant de chance que la pièce fabriquée mesure plus de 20 cm que moins de 20 cm.

En ce qui concerne l'écart-type, le résultat qui suit est à connaître et est vrai quelque soit la loi normale étudiée.

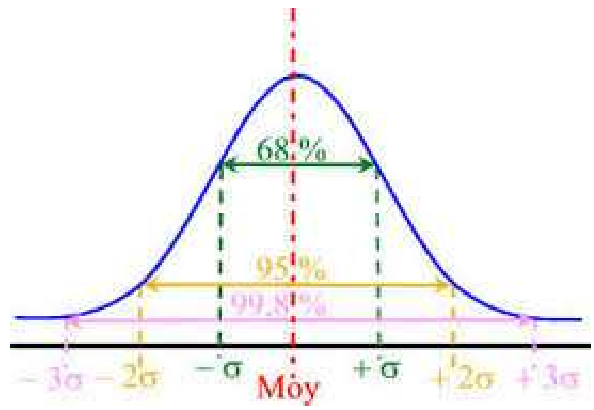
95% des pièces ont un diamètre compris entre la moyenne plus ou moins 2 fois l'écart-type.

Autrement dit, ici $\mu - 2\sigma = 20 - 2 \times 4 = 12$ et $\mu + 2\sigma = 20 + 2 \times 4 = 28$, on a :

$$P(12 \leq X \leq 28) = 0,95$$

et d'une manière générale on retiendra que :

$$P(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) = 0,95$$



I.1. Utilisation de la calculatrice

On considère que X suit une loi normale de paramètres $\mu = 21$ et $\sigma = 7$.

	Texas Instruments	**Casio**
Calcul de $P(10 \leqslant X \leqslant 30)$	« distrib » (« 2nde », puis « var »), « normalFrép » : **normalFrép(10,30,21,7)**	« DIST » (« OPTN », « STAT », « DIST ») : **normCD(10,30,7,21)**
Calcul de $P(X \leqslant 40)$	« distrib » (« 2nde », puis « var »), « normalFrép » : **normalFrép(-10^99,40,21,7)**	« DIST » (« OPTN », « STAT », « DIST ») : **normCD(-10^99,40,7,21)**
Calcul de $P(X \geqslant 25)$	« distrib » (« 2nde », puis « var »), « normalFrép » : **normalFrép(25,10^99,21,7)**	« DIST » (« OPTN », « STAT », « DIST ») : **normCD(25,10^99,7,21)**

On obtient $P(10 \leq X \leq 30) \simeq 0,843$, $P(X \leq 40) \simeq 0,997$, $P(X \geq 25) \simeq 0,284$.