

Semaine 2: éléments de correction

(1)

Pondichéry 2014 :

1a) Il faut traduire l'énoncé.
Si vous n'y arrivez pas, cherchez d'où viennent les résultats admis pour y_{n+1} et z_{n+1} , c'est le même principe.

b) On sait que $x_n + y_n + z_n = 1$, $\forall n \in \mathbb{N}$ donc...
Puis on remplace z_n par son expression en fonction de x_n et y_n dans les 2 égalités que l'on a avec x_{n+1} et y_{n+1} .

2) a) Compléter le tableau suivant pour $n=1$ puis pour $n=3$

Test	$i < n$	Vrai				
i	0	...				
U	(0,5) (0,3)					

b) Avril correspond à $n = \dots$
donc ...

3) a) Simple équation à manipuler par isoler B.

b) $N \times C = B \iff C = \dots$ puis on compte.

4) a) $V_{n+1} = \dots$
 $= \dots$
 $= \dots$
 $= \dots = \dots$

(on n'a une seule info sur (V_n) donc on l'utilise)
 (on remplace U_{n+1} par son expression donnée en 2.)
 (on remplace B par son expression avec C)
 on factorise, etc jusqu'à obtenir $A(V_n - C)$

- b) π_n correspond à $n = \dots$ (2)
 et on calcule le λ_n correspondant grâce à l'expression
 au dessus. Cela donne donc x_n et y_n .
 On trouve z_n en complétant à 1 ($x_n + y_n + z_n = 1$)

Métropole 2013 :

- 1) Traduire l'énoncé
- 2) $Y = AX = \dots$ on remplace A et X et on compte.
- 3) a) Simples calculs. $\Delta P^{-1} \neq Q$ il faut un coef. multiplicateur.
 b) $P^{-1}AP = \dots$ on remplace et on compte pour trouver D.
 c) Faire une récurrence comme dans le DM5
 ou dans l'exo 3 de la fiche 5.
- 4) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ et l'interpréter.

Antilles-Guyanne 2013 :

(A) 1) Compléter les tableaux suivant pour $A=3$ puis pour $A=55$

Test $x \geq 26$...
X	3	...

divisions euclidiennes.
 ↓

3) Comprendre l'algo (il y a un lien avec les DVE ...).

(B) 1) Il s'agit de justifier l'étape 2 donc de compter $C \times \binom{17}{n}$
 puis il faut justifier l'étape 3, grâce aux DVE

2) a) Reprendre à zéro la procédure de codage pour expliquer que
 z_1 est ainsi le reste de la DVE de $3x_1 + x_2$ par 26 y conduire
 et le reste de la DVE de $3x_1' + x_2'$ par 26

De même pour la 2^e ligne du système.

(3)

b) Résoudre le système de 2a)

Δ on n'a pas le droit de diviser des congruences!

Aide supplémentaire si vous n'y arrivez pas :

éliminer les x_2 d'abord ($2L_1$ puis $L_1 - L_2$)
etc.

3) a) Calculer C'C et conclure.

b) Si-les calculs

c) Idem

d) Faire les liens et donner une méthode générale de décodage.

$$4) \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} = C' \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \dots \quad (\text{calculer})$$

$$\text{on sait que } \begin{cases} x_1 \equiv y_1' & [26] \\ x_2 \equiv y_2' & [26] \end{cases} \quad \text{avec } \begin{cases} 0 \leq x_1 \leq 25 \\ 0 \leq x_2 \leq 25 \end{cases}$$

$$\text{donc } \begin{cases} 3x_1 + x_2 \equiv \dots & [26] \\ 5x_1 + x_2 \equiv \dots & [26] \end{cases} \quad \text{et exprimer cela en fonction de } z_1 \text{ et } z_2$$

Conclure.

5) Appliquer la procédure décrite au 4) aux lettres 2C,

$$\text{qui correspondent à } \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 16 \\ 2 \end{pmatrix}$$

pour trouver $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

Polynésie 2013 :

1a) Si-ple calcul.

$$b) U_{n+1} = \begin{pmatrix} a_{n+1} \\ b_{n+1} \end{pmatrix} = \dots$$

} comparer.

et $\Pi \times U_n + P = \dots$

2a) Si-ple calcul, vous devez trouver I .

b) Interpréter le calcul ci-dessus.

c) $U = \Pi \times U + P \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow U = \dots$

(manipuler l'équation initiale. Δ on n'a pas le droit de diviser des matrices

puis faire les calculs en remplaçant les lettres par des nombres)

3a) $V_{n+1} = \dots$

(utiliser la seule info connue sur (V_n))

$= \dots$

(remplacer U_{n+1} par son expression en fct de U_n)

$= \dots$

(manipuler l'égalité grâce à ce que l'on sait sur U en 2c))

$= \dots = \Pi \times V_n$

b) Faire une récurrence classique (type cours obligatoire) mais avec des matrices ce qui ne change rien

4) a) On a V_n et on demande U_n donc trouver l'égalité liant

les 2 dans l'énoncé pour trouver $U_n = \dots$ avec du n et du V_n

Remplacer V_n par l'expression donnée pour conclure

Calculer la limite de (a_n) (ligne du haut)

b) Interpréter dans le contexte de l'eds.