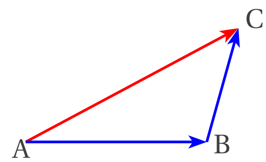
FORMULAIRE DE GÉOMÉTRIE (VERSION 4)

• Pour tous points A, B et C on a

Chasles : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$



• Dans un **triangle** ABC **rectangle** en A on a :

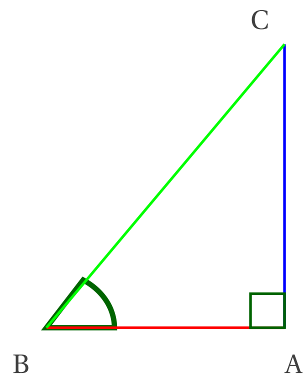
Pythagore : $BC^2=AB^2+AC^2$

Trigonométrie : $\cos(\hat{B})=\dfrac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}}=\dfrac{AB}{BC}$

$\sin(\hat{B})=\dfrac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}}=\dfrac{AC}{BC}$

Produit Scalaire : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$ car $\widehat{A}=90^\circ$

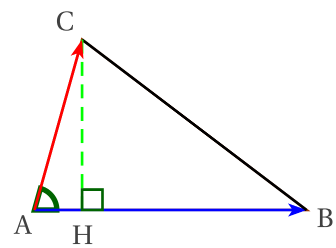
Aire $=\dfrac{AB\times AC}{2}$ (demi-rectangle)



• Dans un **triangle** ABC **quelconque** on a :

Aire $=\dfrac{\text{Base}\times\text{Hauteur}}{2}=\dfrac{AB\times CH}{2}$

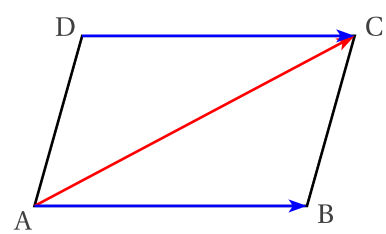
$=\dfrac{1}{2}||\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}||$



• Dans un **parallélogramme** ABCD on a :

$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

Aire $=||\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}||$



On se place désormais dans l'espace muni d'un repère $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$**.**

- **Deux vecteurs sont colinéaires** (de même direction) si et seulement si leurs coordonnées sont **proportionnelles**.

- **Deux droites** (AB) **et** (CD) **sont parallèles** si et seulement si les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont **proportionnelles**.

- **Trois points** A, B **et** C **sont alignés** si et seulement si les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont **proportionnelles**.

- ABCD **est un parallélogramme** si et seulement si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$

- Soient deux points $A(x_A; y_A; z_A)$ et $B(x_B; y_B; z_B)$ et I **le milieu** du segment [AB] alors :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \\ z_B - z_A \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$$

- *Si le repère est orthonormé* et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ alors **la norme du vecteur** $\overrightarrow{AB}$ est $||\overrightarrow{AB}|| = AB = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- **Le produit scalaire de** $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{F}$ est le **travail** d'une force constante $\overrightarrow{F}$ sur le déplacement $\overrightarrow{AB}$. C'est un nombre.
Pour calculer le **produit scalaire** $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ on dispose de trois méthodes :

  — Avec les coordonnées : si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ alors $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = xx' + yy' + zz'$

  — Avec deux distances et un angle : $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{A}\right)$

  — Avec H, le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = +AB \times AH$$ Si le travail de $\overrightarrow{AC}$ sur $\overrightarrow{AB}$ est **moteur**, c'est un nombre **positif**

$$= -AB \times AH$$ Si le travail de $\overrightarrow{AC}$ sur $\overrightarrow{AB}$ est **résistant**, c'est un nombre **négatif**

Dans les plan, toutes les formules précédentes sont les mêmes, à ceci près qu'il faut enlever tout ce qui concerne la troisième coordonnée z.

- **Le produit vectoriel de deux vecteurs de l'espace** $\overrightarrow{AB}$ **et** $\overrightarrow{F}$ est le **moment** d'une force $\overrightarrow{F}$ appliquée en B, par rapport au point A. C'est un vecteur.
Il traduit l'aptitude d'une force $\overrightarrow{F}$ appliquée en B, à faire tourner un système mécanique autour du point A.
Si $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$ alors :

$$\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} yz' - zy' \\ x'z - z'x \\ xy' - yx' \end{pmatrix}$$

On sait également que la norme du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ vaut

$$||\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}|| = AB \times AC \times |\sin(\widehat{A})|$$