∽ Correction du travail maison chap 7 - E ∽
Fonctions de référence (fonctions affines et fonction carré)

Exercice 1.

Déterminer l'expression de la fonction affine f qui vérifie :

$$f(2) = 3 \qquad \text{et} \qquad f(3) = 5$$

f est une fonction affine, par conséquent, il existe deux nombres réels a et b tels que :

$$f(x) = ax + b$$

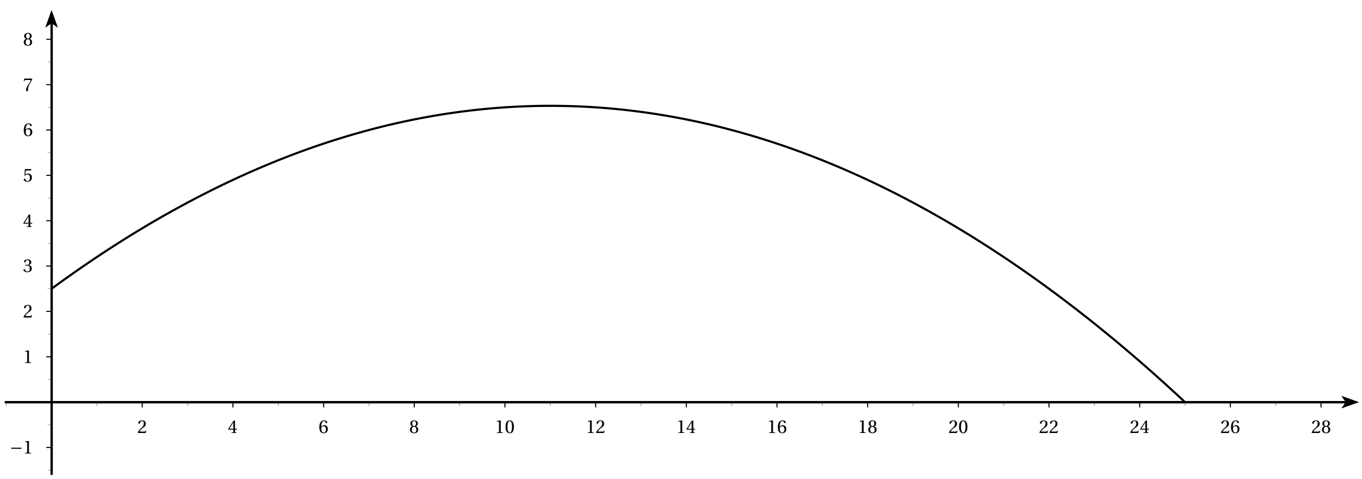
$$\begin{cases} f(2) = 3 \\ f(3) = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = 2a + b \\ 5 = 3a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2a \\ 5 = 3a + 3 - 2a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 2a \\ 2 = a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - 6 = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

On conclut que

$$f(x) = 2x - 1$$

Exercice 2.

Alice étudie la trajectoire d'une balle de tennis qu'elle a alors représenté sur un graphique. En abscisse la distance (en yards) séparant la balle de la ligne de fond de court et en ordonnée la hauteur de la balle (en yards) par rapport au sol.



Remarque : On a 1 yard = 91,4 cm. De plus un terrain de tennis mesure 26 yards de long et 9 yards de large. Le filet a pour une hauteur comprise entre 1 yard et 1.17 yard.

PARTIE A. **Etude graphique**

1. A quelle hauteur au maximum la balle se situe-t-elle par rapport au sol (en yard puis en cm) ?
   On lit l'image de 11 et on observe que la balle se trouve environ à 6 yards autrement dit environ à 6×91.4 cm.
2. La balle passe-t-elle au dessus du filet ?
   Le filet se situe à 13 Yards moments où la balle est à plus de 5 yards du sol donc largement au dessus du filet.
3. La balle rebondit-elle avant la ligne de fond de court ?
   La balle rebondit au sol 25 yards après son lancer donc avant la ligne de fond de court située à 26 yards.
4. Décrire les variations de la trajectoire de la balle de tennis.

x	0		11		25
$f(x)$	2.5	$\nearrow$	$\simeq 6$	$\searrow$	0

PARTIE B. **Etude algébrique**

Bob a remarqué que la trajectoire précédente pouvait être modélisé par une fonction p définie pour x compris entre 0 et 25 par :

$$p(x) = \frac{-x^2 + 22x + 75}{30}$$

x est l'abscisse de la position de la balle (en yard) et $f(x)$ la hauteur de la balle (en yard) qui correspond à la position x.

1. Calculer $p(0)$. Est-ce cohérent avec le graphique ?

$$p(0) = \frac{-0^2 + 22 \times 0 + 75}{30} = \frac{75}{30} = 2.5$$

Sur le graphique l'image de 0 est bien 2.5.

2. Vérifier par le calcul que la balle passe au dessus du filet.

Pour cela on calcule l'image de 13 et on s'assure que le résultat est supérieur à 1.17 yard :

$$p(13) = \frac{-13^2 + 22 \times 13 + 75}{30} = 6.4 > 1.17$$

3. Démontrer que pour x compris entre 0 et 25 on a :

$$p(x) = \frac{(x+3)(25-x)}{30}$$

Quelque soit le nombre réel x on a $(x+3)(25-x) = 25x - x^2 + 75 - 3x = -x^2 + 22x + 75$.
Par conséquent quelque soit le nombre réel x on a :

$$\frac{-x^2 + 22x + 75}{30} = \frac{(x+3)(25-x)}{30}$$

4. Vérifier de deux manières différentes que la balle rebondit avant d'atteindre la ligne de fond de court.

On calcule $p(26) = \dfrac{-26^2 + 22 \times 26 + 75}{30} = -\dfrac{29}{30} < 0$ par conséquent la balle a bien rebondit avant la ligne de fond de court.

Une autre manière de s'assurer de ce résultat est de rechercher les antécédents de 0 par p :

On résout $p(x) = 0 \iff \dfrac{(x+3)(25-x)}{30} = 0 \iff (x+3)(25-x) = 0 \times 30 = 0$

Il s'agit d'une équation produit nul, d'où $p(x) = 0$ si et seulement si $x + 3 = 0$ ou $25 - x = 0$.

Au final 0 admet deux antécédents : -3 et 25.

Le premier est absurde dans le contexte de l'exercice et le second montre que la balle rebondit un yard avant la ligne de fond de court.

5. Compléter le tableau des signes de la fonction p en utilisant la deuxième expression :

x	$-\infty$		-3		25		$+\infty$
$x+3$		$-$	0		$+$		
$25-x$			$+$		0	$-$	
$(x+3)(25-x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$p(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	