

TUTORAT-SÉANCE 9

Objectifs :

1. Calculer une primitive.
2. Calculer une intégrale en utilisant les primitives.
3. Interpréter graphiquement le calcul d'une intégrale.
4. Intégrations par parties.

Exercice 1. Déterminer la primitive F de f sur I qui s'annule en 1 dans les cas suivants (Justifier son existence) :

- | | |
|--|--|
| 1. $f(x) = e^{2x}$ sur $I = \mathbb{R}$ | 6. $f(x) = \frac{7}{(x-1)^4}$ sur $I =]1; +\infty[$. |
| 2. $f(x) = t^2 - 2t$ sur $I = \mathbb{R}$ | |
| 3. $f(x) = \frac{1}{2x-1}$ sur $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$ | 7. $f(x) = \frac{-15x^2 - 10}{(x^3 + 2x)^4}$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$ |
| 4. $f(x) = x^5 - 3x^3 + 5x$ sur $I = \mathbb{R}$ | |
| 5. $f(x) = \frac{5x^4 + 2x^3 - 3x + 6}{x^4}$ sur $I = \mathbb{R}^{+*}$ | 8. $f(x) = \sin x \cos^3(x)$ sur $I = \mathbb{R}$ |

Exercice 2. Soit $f(x) = \frac{x^2 + 5x - 1}{x + 2}$ pour $x \in]-2; +\infty[$.

1. Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que, pour tout $x \in]-2; +\infty[$:

$$f(x) = ax + b + \frac{c}{x+2}$$

2. En déduire la primitive de f sur $] -2; +\infty[$ qui s'annule en 1.

Exercice 3. Soit $f(x) = \frac{2x^2 - 3x + 4}{(x-1)^2}$ pour $x \in]1; +\infty[$.

1. Montrer qu'il existe trois réels a , b et c tels que, pour tout $x \in]1; +\infty[$:

$$f(x) = a + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{(x-1)^2}$$

2. En déduire la primitive de f sur $]1; +\infty[$ qui vaut 3 en 2.

Exercice 4. Calculer les intégrales proposées :

- | | |
|---|---|
| 1. $\int_{-2}^1 (2x^2 - x + 1) dx$ | 4. $\int_3^4 \frac{x}{x^2 - 5} dx$ |
| 2. $\int_1^3 t + \frac{1}{t} dt$ (interpréter le résultat graphiquement) | 5. $\int_0^1 te^{t^2} dt$ (interpréter le résultat graphiquement) |
| 3. $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ (interpréter le résultat graphiquement) | 6. $\int_0^1 \frac{t^3}{\sqrt{t^4+1}} dt$ (interpréter le résultat graphiquement) |

Exercice 5. Calculer les intégrales proposées à l'aide d'une intégration par partie :

- | | |
|--|---|
| 1. $\int_1^e x \ln x dx$ | 4. $\int_1^e \frac{\ln t}{t^2} dt$ |
| 2. $\int_1^3 te^t dt$ | 5. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \sin(2x) dx$ |
| 3. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} x \cos x dx$ | 6. $\int_0^1 \frac{t}{\sqrt{t+1}} dt$ |