

DEVOIR SURVEILLÉ 4

Exercice 1. *Du graphique à l'algèbre !*

(10 points)

On considère la fonction définie par $f(x) = x^2 + 2x - 8$

1. Déterminer l'ensemble de définition D_f de la fonction f
2. A l'aide de la représentation graphique donnée en annexe, répondre aux questions suivantes :
 - (a) Lire les images de 1, -1 et -3
 - (b) Lire les antécédents de -8
 - (c) Résoudre graphiquement $f(x) = 0$
 - (d) Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 0$
 - (e) Etablir le tableau de variation de la fonction f
3. Dans cette deuxième partie, on montre les résultats précédents par le calcul :
 - (a) Calculer les images de 1, -1 et -3
 - (b) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 1)^2 - 9$
 - (c) Déterminer, à l'aide de la question précédente le minimum de f sur \mathbb{R}
 - (d) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = (x + 4)(x - 2)$
 - (e) Résoudre l'équation $f(x) = 0$

Exercice 2. *Lire un tableau de variation*

(5 points)

On considère la fonction g définie sur $[-5; 10]$ par le tableau de variation suivant :

x	-5	3	5	10
$g(x)$	2	3	-1	2

1. Comparer $g(-4)$ et $g(1)$ (*Justifier*)
2. Comparer $g(4)$ et $g(5)$ (*Justifier*)
3. Déterminer le nombre de solutions de l'équation $g(x) = 0$
4. Déterminer le maximum de la fonction g sur $[-5; 5]$
5. Comparer $g(0)$ et $g(7)$ (*Justifier*)

Exercice 3.

(7 points)

Sur la figure ci-dessous, le triangle ABC est rectangle et isocèle en A . On donne $BC = 9$ cm.Soit I le milieu de $[BC]$, le point M appartient au segment $[BI]$.Le quadrilatère $MNPQ$ est un rectangle où N est un point du segment $[AB]$, P un point du segment $[AC]$ et Q un point du segment $[BC]$.

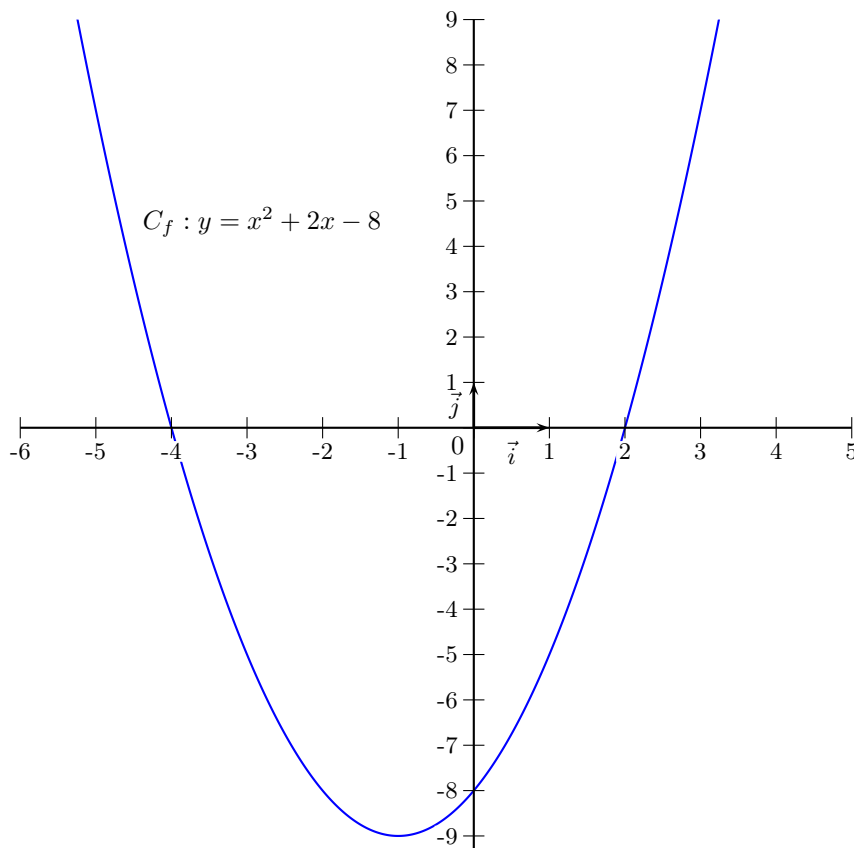
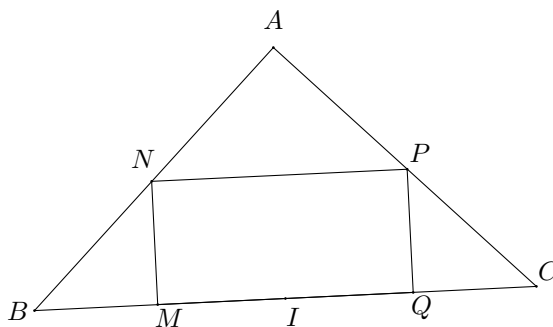
1. (a) Donner la mesure de \widehat{ABC} , en déduire la nature du triangle BMN , puis que $BM = MN$
 (b) Prouver que $BM = QC$.
2. On pose $BM = x$
 - (a) Pourquoi le réel x appartient-il à l'intervalle $[0; 4, 5]$?
 - (b) Exprimer les dimensions de MQ et MN en fonction de x .
 - (c) Démontrer que l'aire du rectangle $MNPQ$, notée $f(x)$, s'écrit :

$$f(x) = 9x - 2x^2$$

3. Calculer la valeur exacte de $f\left(\frac{9}{4}\right)$.
4. (a) Tracer \mathcal{C}_f la représentation graphique de f sur $[0; 4.5]$.
 (b) Par lecture graphique, quel semble être le tableau de variation de f ?
 (c) Développer

$$\frac{81}{8} - 2\left(x - \frac{9}{4}\right)^2$$

En déduire la valeur exacte de x pour laquelle l'aire du rectangle $MNPQ$ est maximale et la valeur de ce maximum.



Représentation graphique de la fonction f de l'exercice 1