Dispositif 22 mai - 22 juin

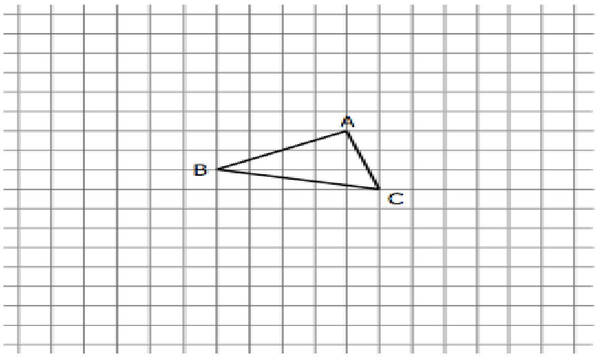
Projet de Mathématiques

Feuille 4 d'exercices pour la série S

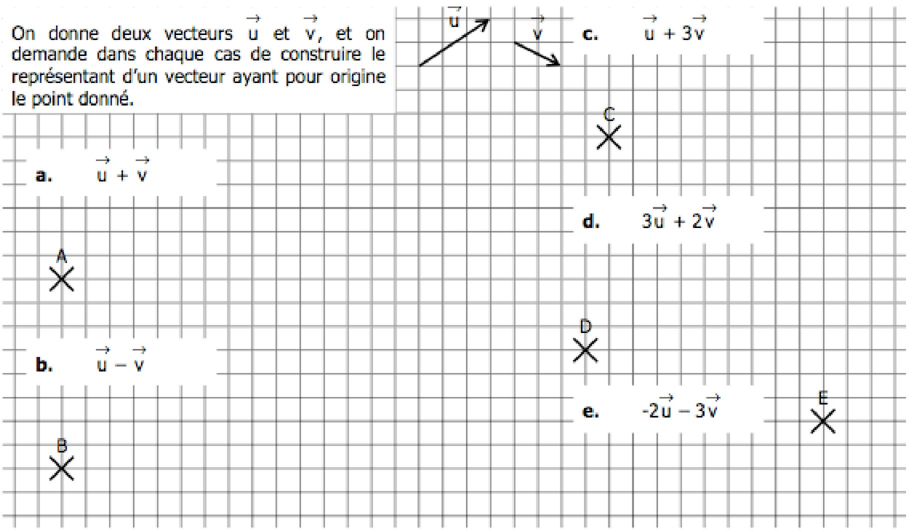
Construction de points :

ABC est un triangle. Représenter les points M, N, P, Q, et R tels que :

$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$$
$$\overrightarrow{BN} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BA}$$
$$\overrightarrow{CP} = 2\overrightarrow{AB}$$
$$\overrightarrow{BQ} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{CB}$$
$$\overrightarrow{CR} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$



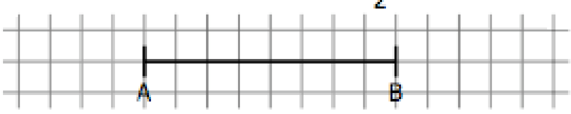
Construction de vecteurs :



Multiplication d'un vecteur par un réel :

A et B sont deux points distincts.

a. Placer le point M tel que $\overrightarrow{BM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$



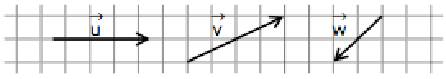
b. Compléter les égalités suivantes :

$\overrightarrow{AB} = \ldots\ldots \overrightarrow{BM}$ $\qquad$ $\overrightarrow{BM} = \ldots\ldots \overrightarrow{AM}$

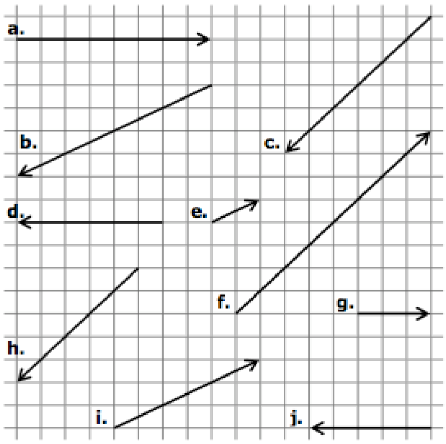
$\overrightarrow{AM} = \ldots\ldots \overrightarrow{AB}$ $\qquad$ $\overrightarrow{MB} = \ldots\ldots \overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BA} = \ldots\ldots \overrightarrow{BM}$ $\qquad$ $\overrightarrow{AM} = \ldots\ldots \overrightarrow{BM}$

Soit $\vec{u}$, $\vec{v}$ et $\vec{w}$ trois vecteurs :



Chacun de ces vecteurs est obtenu en multipliant $\vec{u}$, $\vec{v}$ ou $\vec{w}$ par un réel k. Identifier chacun d'entre eux.



Relation de Chasles :

1. Ecrire le plus simplement possible les vecteurs suivants :

$\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}$ $\qquad$ $\vec{v} = \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{DG}$ $\qquad$ $\vec{w} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$ $\qquad$ $\vec{t} = 2\overrightarrow{MN} - \overrightarrow{MP} - \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{MQ}$

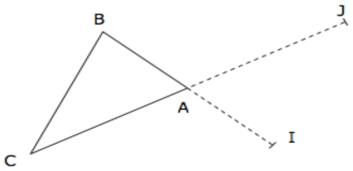
2. I est le milieu de $[AB]$. Ecrire le plus simplement possible :

$\vec{u} = \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}$ $\qquad$ $\vec{v} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BI} + \overrightarrow{AI}$ $\qquad$ $\vec{w} = \overrightarrow{MI} + \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AI} + \overrightarrow{BI}$ (M est un point quelconque)

Expressions de vecteurs :

ABC est un triangle. I et J sont les symétriques respectifs de B et C par rapport à A. Exprimer en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ les vecteurs suivants :

$$\overrightarrow{IA}\ ;\ \overrightarrow{AJ}\ ;\ \overrightarrow{BC}\ ;\ \overrightarrow{CB}\ ;\ \overrightarrow{IJ}$$

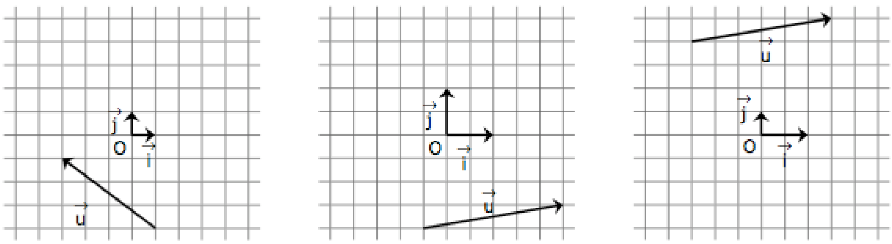


Colinéarité & alignement :

1. ABC un triangle, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\vec{u} = \overrightarrow{BA} - \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ et $\vec{v} = 4\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AC}$. Soient M et N tels que $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}$.
   a. $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont-ils sont colinéaires ?
   b. Montrer que les droites (MN) et (AC) sont parallèles.
2. DEF un triangle, P et Q tels que $\overrightarrow{DP} = -3\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{DQ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF}$. Montrer que D, P, Q sont alignés.
3. ABCD un parallélogramme, I tel que $\overrightarrow{AI} = 2\overrightarrow{AD}$, et J tel que $\overrightarrow{BJ} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
   a. Montrer que $\overrightarrow{CI} = \overrightarrow{BD}$, puis que $\overrightarrow{CJ} = -2\overrightarrow{BD}$. En déduire que C, I et J sont alignés

Lecture de coordonnées :

Dans chaque repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$: **a.** Lire les coordonnées de $\vec{u}$.
b. Construire les vecteurs $\vec{v}$ et $\vec{w}$ d'origine O.



$\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\\ \dots\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\ 4\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\ 5\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\\ \dots\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\ -\frac{3}{2}\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ \frac{5}{2}\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}\dots\\ \dots\end{pmatrix}$ $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\ -2\end{pmatrix}$ $\vec{w}\begin{pmatrix}-2\\ -5\end{pmatrix}$

Calculs avec des coordonnées :

1. On considère les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}-3\\ 5\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\ -2\end{pmatrix}$. Calculer les coordonnées des vecteurs :
   - $\vec{u}+\vec{v}$
   - $\vec{u}+\vec{w}$
   - $\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}$
   - $\vec{u}-\vec{v}$
   - $\vec{v}-\vec{w}$
   - $2\vec{u}+3\vec{v}$
   - $5\vec{v}+2\vec{w}$
   - $-\frac{1}{2}\vec{u}+2\vec{v}-3\vec{w}$
2. Dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$, on considère les points suivants : $A(5;3)$, $B(-4;3)$, $C(7;-5)$, $D(-9;-4)$, $E(0;5)$, et $F(0;-3)$.
   a. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{OF}$, $\overrightarrow{AD}$, et $\overrightarrow{DB}$.
   b. Trouver les coordonnées du point M tel que $\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CA}$
   c. Calculer la longueur des segments $[AB]$, $[CD]$ et $[BC]$
   d. Soit $N(-4;y)$. Pour quelle valeurs de y les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BN}$ sont-ils colinéaires ?
3. On considère le triangle ABC tel que $A(-3;4)$, $B(3;7)$, $C(9;1)$. Soient M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AN} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$. Démontrer que les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Conditions de colinéarité :

Les couples de vecteurs suivants sont-ils colinéaires ?

$\vec{u}\begin{pmatrix}21\\ -14\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-6\\ 9\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}2\\ 3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\ 2\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}4\\ 6\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\ 3\end{pmatrix}$ $\quad$ $\vec{u}\begin{pmatrix}7\\ -5\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-14\\ 10\end{pmatrix}$

Calculer la valeur de x pour que $\vec{u}\begin{pmatrix}2+x\\ -3\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}-2\\ 3\end{pmatrix}$ soient colinéaires.