Travail de l'élève 1 : Dans le pays des merveilles d'Alice, le lapin blanc, a fait un enfant : le lapin noir. A l'adolescence le lapin noir a réclamé de l'argent de poche. *On admet qu'au pays des merveilles, chaque année est constituée d'exactement* 52 *semaines et chaque mois de* 4 *semaines.*
De plus, les lapins du pays des merveilles sont adolescents de 0 *à* 4 *ans, ils deviennent enfants par la suite et ne sont jamais adultes.*
Ainsi, le lapin blanc décide de donner au lapin noir dès sa naissance et jusqu'au jour de ses 4 ans des carottes de la manière suivante :

— 3 carottes la première semaine ;

— Chaque semaine 3,5% de carottes en plus de la semaine précédente (le lapin blanc donnera s'il le faut des morceaux de carottes...)

On note u la suite telle que u_n vaut le nombre de carottes reçues par le lapin noir le jour de sa $n-$ième semaine. Notons que $u_1 = 3$ et que u_0 n'existe pas.

1. Calculer u_2 ; u_3 et u_4 puis exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Combien de carottes le lapin noir a-t-il reçu en tout le premier mois ?
3. Proposer une formule donnant u_n en fonction de n. Vérifier cette formule en recalculant u_1 ; u_2 ; u_3 et t_4.
4. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin noir le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.
5. Pour leur seule consommation personnelle les lapins du pays des merveilles ont besoin de 300 carottes par semaine.
   a. A partir de quel âge le lapin noir peut-il se nourrir à satiété ?
   b. Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin noir au cours de son adolescence. On devra donc calculer :
   $$S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{208}$$

Exercice du Cours : Les rayons cosmiques produisent continuellement dans l'atmosphère du carbone 14, qui est un élément radioactif. Durant leur vie, les tissus animaux et végétaux contiennent la même proportion de carbone 14 que l'atmosphère. Cette proportion de carbone 14 décroît après la mort du tissu de 1,24% en 100 ans.
On note u_n le pourcentage de la proportion initiale de carbone 14 d'un organisme n siècles après sa mort. Ainsi $u_0 = 100$

1. Déterminer les pourcentages de la proportion initiale de carbone 14 contenu dans le tissu au bout de 1000 ans, de 2000 ans et de 10000 ans.
2. Exprimer le pourcentage de la proportion initiale de carbone 14 contenu dans le tissu au bout de $k \times 10^3$ années.
3. Un fossile ne contient plus que 10% de ce qu'il devrait contenir en carbone 14. Estimer son âge.

Exercice du Cours : (u_n) et (v_n) sont deux suites géométriques. Déterminer u_5, u_8, v_7 et v_{15} sachant que :

1. $u_0 = 6$ et $q = -\dfrac{1}{3}$
2. $v_5 = 1$ et $v_{10} = 32$

Exercice du Cours : On considère la suite géométrique définie de la façon suivante :

$$u_1 = 1 \qquad \text{et} \qquad u_{n+1} = 2u_n \qquad \forall n \geq 1$$

1. Calculer u_2 ; u_3 ; u_4.
2. Exprimer u_n en fonction de n ; en déduire u_{64}.
3. **La légende du jeu d'échec** : *Le roi demanda à l'inventeur du jeu d'échec de choisir lui-même sa récompense. Celui-ci répondit : « place 1 grain de blé sur la première case de l'échiquier, deux grains sur la deuxième case, quatre sur la troisième case, et ainsi de suite jusqu'à la* $64^{ième}$ *case. Le roi sourit de la modestie de la demande.*
   Calculer une valeur approchée du nombre total de grains de blé que le roi devra placer sur l'échiquier.

Algorithme 1 :

Variable(s) :
n et p sont des nombres entiers
u est un nombre réel
Entrée(s) :
Saisir p
Début
  Affecter à n la valeur 0
  Tant que $(u < 10^p)$ **Faire**
    Affecter à u la valeur $3n+1$
    Affecter à n la valeur $n+1$
  Fin Tant que
Fin
Sorties : Renvoyer n

Algorithme 2 :

Variable(s) :
n et p sont des nombres entiers
v est un nombre réel
Entrée(s) :
Saisir p
Début
  Affecter à v la valeur 0.5
  Affecter à n la valeur 0
  Tant que $(v < 10^p)$ **Faire**
    Affecter à v la valeur $3v$
    Affecter à n la valeur $n+1$
  Fin Tant que
Fin
Sorties : Renvoyer n

Algorithme 3 :

Variable(s) :
n et p sont des nombres entiers
u est un nombre réel
Entrée(s) :
Saisir p
Début
  Affecter à n la valeur 0
  Tant que ($|u-(-1)| < 10^p$) **Faire**
    Affecter à u la valeur $\dfrac{1-n}{n}$
    Affecter à n la valeur $n+1$
  Fin Tant que
Fin
Sorties : Renvoyer n

Algorithme 4 :

Variable(s) :
n et p sont des nombres entiers
v est un nombre réel
Entrée(s) :
Saisir p
Début
  Affecter à v la valeur 3
  Affecter à n la valeur 0
  Tant que ($|v-0| < 10^p$) **Faire**
    Affecter à v la valeur $0.5v$
    Affecter à n la valeur $n+1$
  Fin Tant que
Fin
Sorties : Renvoyer n