AIDE MÉMOIRE SUR LES SUITES ARITHMÉTIQUES ET SUITES GÉOMÉTRIQUES

Définition 1.

Une suite u de premier terme u_0 et de raison r est **arithmétique** lorsque $\forall n \in \mathbb{N}$, on a

$$\boxed{u_{n+1} = u_n + r}$$

On considère désormais une suite arithmétique (u_n) de raison r.

Propriété 1.

Pour tout $n, p \in \mathbb{N}$, on a

- Relation entre u_n et u_p :

$$\boxed{u_n = u_p + (n-p)r}$$

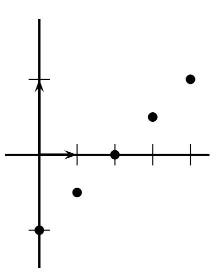
- En particulier :

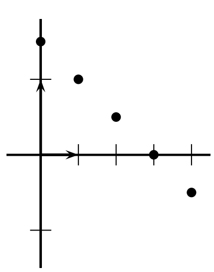
$$\boxed{u_n = u_0 + nr}$$

Représentation graphique dans le plan :
Ce sont les points d'abscisse entière positive de la droite de coefficient directeur r et passant par le point de coordonnées $(n_0; u_{n_0})$

Exemple :

$u_0 = -1$ et $r = 0.5$, $v_0 = 1$ et $r = -0.5$





Définition 2.

Une suite u de premier terme u_0 et de raison q est **géométrique** lorsque $\forall n \in \mathbb{N}$, on a

$$\boxed{u_{n+1} = u_n \times q}$$

On considère désormais une suite géométrique (u_n) de raison q.

Propriété 2.

Pour tout $n, p \in \mathbb{N}$, on a

- Relation entre u_n et u_p :

$$\boxed{u_n = u_p \times q^{n-p}}$$

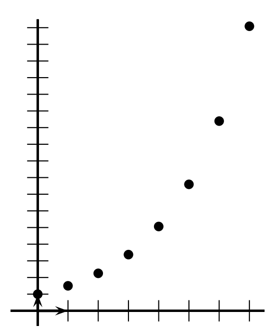
- En particulier :

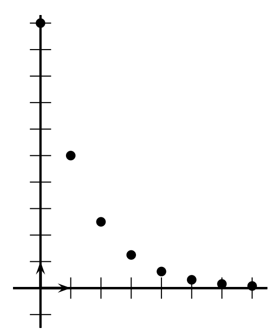
$$\boxed{u_n = u_0 \times q^n}$$

Représentation graphique dans le plan :
Si $q > 0$, ce sont les points d'abscisse entière positive d'une courbe exponentielle.

Exemple :

$u_0 = 1$ et $r = 1.5$, $v_0 = 5$ et $r = 0.5$





Théorème 1.

- Si $r > 0$ alors u est strictement croissante et $\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
- Si $r = 0$ alors u est constante ;
- Si $r < 0$ alors u est strictement décroissante et $\lim_{n\to+\infty} u_n = -\infty$

Théorème 2.

Soit u une suite définie par : $u_n = q^n$ alors :

- Si $q = 0$ ou $q = 1$ alors u est constante égale Ã 0 (définie sur $\mathbb{N}^*$) ou Ã 1
- Si $q > 1$ alors u est croissante et
$$\lim_{n\to+\infty} u_n = +\infty$$
- Si $0 < q < 1$ alors u est décroissante et
$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$$
- Si $-1 < q < 0$ alors u n'est pas monotone et
$$\lim_{n\to+\infty} u_n = 0$$
- Si $q < 1$ alors u n'est pas monotone et diverge.

Théorème 3.

La somme S de n termes consécutifs d'une suite arithmétique de premier terme p et de dernier terme d est :

$$\boxed{\mathrm{S} = n \times \frac{p+d}{2}}$$

Exemple :

$$u_{10} + u_{11} + \ldots + u_{20} = 11 \times \frac{u_{10} + u_{20}}{2} = 2200$$

Théorème 4.

La somme S de n termes consécutifs d'une suite géométrique de raison $q \neq 1$ et de premier terme p est :

$$\boxed{\mathrm{S} = p \times \frac{1-q^n}{1-q}}$$

Exemple :

$$v_1 + v_2 + \ldots + v_{20} = v_1 \times \frac{1-1,03^{20}}{1-1,03} = 2767,65$$