∾ DEVOIR MAISON 3 ∾
LIMITES DE SUITES

Vous traiterez au choix un exercice parmi les trois suivants.

Exercice 1. ♠♠

Soient les suites u, v et w définies sur $\mathbb{N}$ par :

$$u_n = 2n^2 + 3n + 1 \qquad v_n = 3n^3 - 4n + 2 \qquad \text{et} \qquad w_n = \frac{2n+3}{-n-5}$$

1. Déterminer la limite de la suite u.
2. (a) Déterminer la limite de la suite v.
   (b) Justifier que la suite v est croissante à partir du rang 1.
   (c) Pour un réel A, on souhaite déterminer le rang à partir duquel $v_n \geq A$.
   Construire un algorithme permettant de résoudre ce problème. Programmer, puis déterminer le rang à partir duquel $v_n \geq 10^6$.
3. Déterminer la limite de la suite w.

Exercice 2. ♠♠

Trouver une suite :

1. non majorée mais qui ne tende pas vers $+\infty$.
2. croissante mais dont la limite n'est pas $+\infty$.
3. qui diverge vers $+\infty$ mais qui n'est pas croissante.
4. à termes strictement positifs et strictement décroissante mais qui ne converge pas vers 0.

Des illustrations graphiques de suites peuvent vous aider. D'ailleurs, à défaut de trouver trouver les suites demandées, vous pouvez joindre vos illustrations.

Exercice 3. ♠♠♠

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 3$ et pour tout nombre entier naturel n,

$$u_{n+2} = \frac{3}{2}u_{n+1} - \frac{1}{2}u_n.$$

1. Calculer u_2 ; u_3 et u_4.
2. Montrer par récurrence, que pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 3$$

3. On considère la suite v définie par :

$$v_n = u_n - 6$$

   (a) Montrer que v est géométrique.
   (b) Exprimer v_n puis u_n en fonction de n
   (c) En déduire la limite de la suite u.