

♧ DEVOIR MAISON 2 ♧ RAISONNEMENT PAR RÉCURRENCE

Vous traiterez au choix deux exercices parmi les cinq suivants.

Exercice 1.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \sqrt{2u_n}$$

Démontrer par récurrence que :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad 0 < u_n \leq 2$$



Exercice 2.

On considère la suite v définie pour tout entier naturel n par :

$$v_0 = 0 \quad \text{et} \quad v_{n+1} = v_n + 2n + 1$$

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite v , puis conjecturer l'expression de v_n en fonction de n .
2. Démontrer par récurrence votre conjecture émise à la question 1.



Exercice 3.

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par

$$\begin{cases} v_0 = 1 \\ v_{n+1} = \frac{9}{6 - v_n} \end{cases}$$

Démontrer par récurrence que :

$$0 < v_n < 3$$



Exercice 4.

Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n non nul on a ¹ :

$$n! \geq 2^{n-1}$$



Exercice 5.

Démontrer par récurrence que pour tout entier $n > 4$ on a :

$$2^n > n^2$$



1. On rappelle que $n! = 1 \times 2 \times \dots \times n$
D. Zancanaro
zancanaro.math@gmail.com