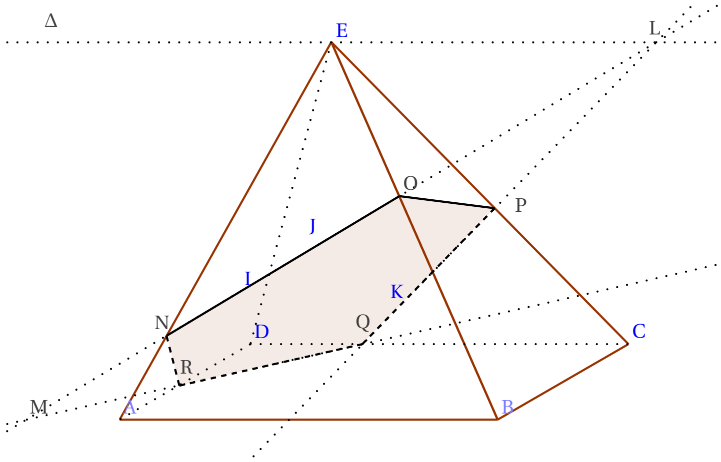
DEVOIR MAISON 2 : LIMITES DE SUITES

Exercice 1 : (Pour les experts)



1. **a.** (Δ) est la droite qui passe par E et parallèle à (AB) et (CD), d'après le théorème du toit.

   b. Le point L appartient aux plans (IJK) car $L \in (IJ)$, et aux plans (ABE) et (CDE) car $L \in (\Delta)$

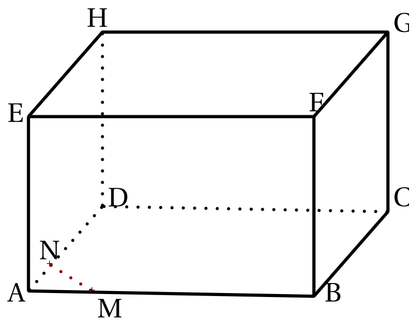
   c. Ainsi $(IJK) \cap (CDE) = (LK)$

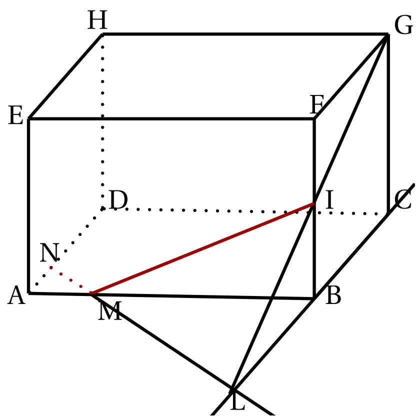
2. **a.**

   b. $(IJK) \cap (ABC) = (MQ)$ où $Q = (LK) \cap (ABC)$

3. Tracer l'intersection de (IJK) et de la pyramide.

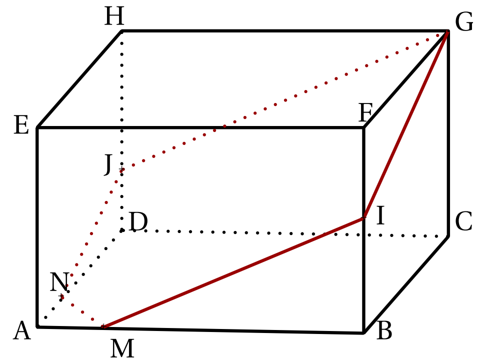
Exercice 2 : Voici les différentes étapes :



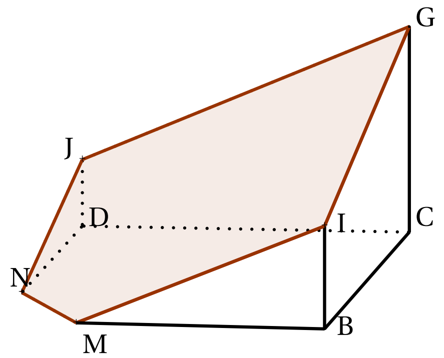


1. **Trace du plan** (MNG) **sur la face** ABCD
   M et N sont deux points communs aux plans (ABC) et (MGN).
   L'intersection de ces deux plans est donc la droite (MN), et la trace du plan (MGN) sur la face ABCD est donc le segment [MN]. (en pointillés rouge sur la figure).
2. **Trace du plan** (MNG) **sur les faces** BCGF **et** ABFE**.**
   Le point G est commun aux plans (MNG) et (BCG). Il suffit de trouver un second point commun aux deux plans.
   $(MN) \subset (MGN)$ et $(BG) \subset (BCG)$ donc le point d'intersection de (MN) et (BC) appartient à la fois aux plans (MNG) et (BCG. Appelons L ce point. On en déduit que l'intersection des plans (MNG) et (BCG) est la droite (GL).
   Soit I le point d'intersection de (GL) et (BF) : les segments [GI] et [MI] sont les traces du plan (MNG) sur les faces BCGF et ABFE respectivement (en traits pleins rouge sur la figure).

3. **Traces du plan** (MNG) **sur les faces** CGHD **et** ADHE
Les plans (ADH) et (BCG) sont parallèles. Le plan (MGN) coupe le plan (BCG) selon la droite (GI). On en déduit que (MGN) coupe (ADH) selon une droite parallèle à (GI).
$N \in [AD] \subset (ADH)$ donc $N \in (ADH)$.
De plus, par définition $N \in (MGN)$. N appartient donc à l'intersection des plans (MGN) et (ADH).
On en déduit que l'intersection de ces deux plans est la droite parallèle à (GI) passant par N.
Cette droite coupe l'arête [DH] en un point J : les segments [NJ] et [JG] sont donc les traces du plan (MNG) sur les faces ADHE et CGHD respectivement (en traits pointillés rouge sur la figure).



4. **Section du pavé** ABCDEFGH **par le plan** (MGN)**.**
La section du pavé par le plan (MGN) est donc le pentagone MIGJN.



Exercice 3 : SABCD est une pyramide à base carré ABCD. Le point O est le centre de ABCD. J est le milieu de [SO]. Le point k est tel que $\overrightarrow{SK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{SD}$

1. Les points S, O, D, O, J et K sont tous dans le plans (SBD).
2. **a.**

$$\begin{aligned} \overrightarrow{BK} &= \overrightarrow{BS} + \overrightarrow{SK} \\ &= -\overrightarrow{SB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{SD} \end{aligned}$$

b.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{SO} &= \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BO} \\ &= \overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} \\ &= \overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} \\ &= \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD}\right) \end{aligned}$$

D'où $$\begin{aligned} \overrightarrow{BJ} &= \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OJ} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{OS} \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BS} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SD} - \frac{1}{4}\overrightarrow{SB} - \frac{1}{4}\overrightarrow{SD} \\ &= -\frac{3}{4}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{4}\overrightarrow{SD} \end{aligned}$$

c. On a donc $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{BK}$, donc les points B, K et J sont alignés.

3. Positions relatives de plans
   a. $(BJC) \cap (ABC) = (BC)$ (évident) et $(BJC) \cap (SCD) = (CK)$ (car $K \in (BJ)$ donc K est commun aux deux plans).
   b. Les plans (BJC) et (SAD) sont sécants selon une droite passant par K (car K est commun aux deux plans) et parallèle à (AD) et (BC)
   c. Grâce à la question 3), la section est triviale à tracer.