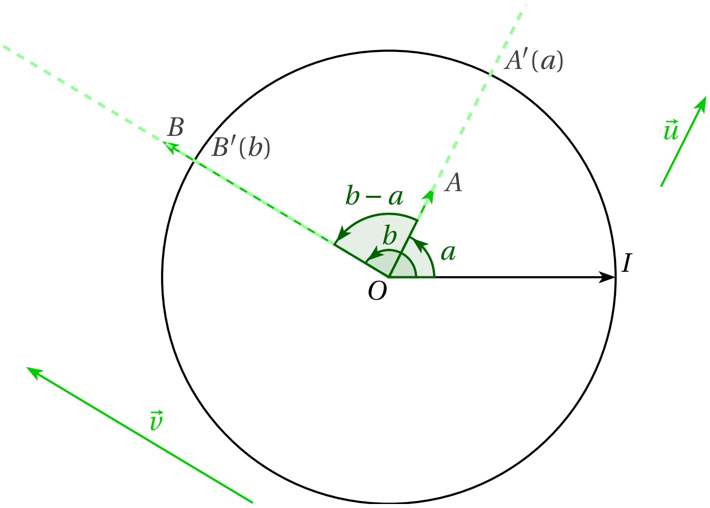
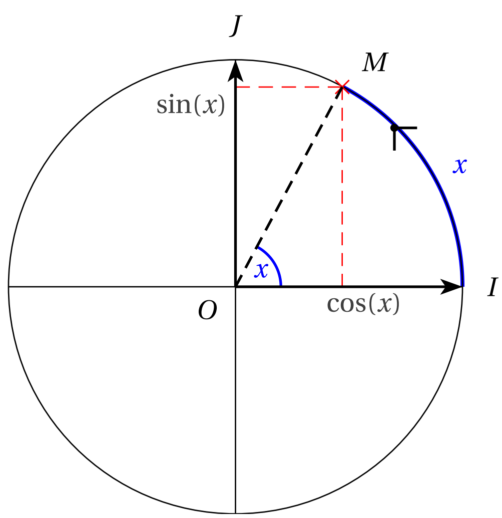


Remarques :

– On a évidemment :

$$(\vec{u};\vec{v}) = (\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OA'};\overrightarrow{OB'}) = (\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB'})\dots$$

– Les mesures de $(\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB})$ sont en fait les mesures en radians de l'angle orienté $\widehat{AOB}$, mais cette nouvelle définition nous permet de savoir que l'unité est le radian, et que l'on tient compte de l'orientation du plan, sans le préciser à chaque fois. De plus, elle va s'avérer très pratique pour les manipulations algébriques.



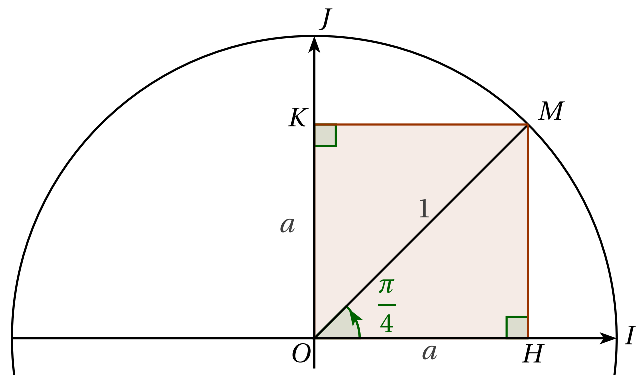
Angle θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π
$\cos\theta$	…	…	…	…	…	…
$\sin\theta$	…	…	…	…	…	…

Preuve

Pour calculer les valeurs de $\sin\frac{\pi}{4}$ et de $\cos\frac{\pi}{4}$ on se place dans le quadrilatère $OHMK$ ci-contre, de diagonale $OM = 1$.

On sait que $OHMK$ est un carré, car il possède 4 angles droits et que l'angle $(\overrightarrow{OH};\overrightarrow{OM})$ mesure $\frac{\pi}{4}$.
On appelle a la mesure de son côté.

Par définition du cosinus et sinus d'un nombre réel, on a $a = \cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4}$. Cherchons cette valeur.



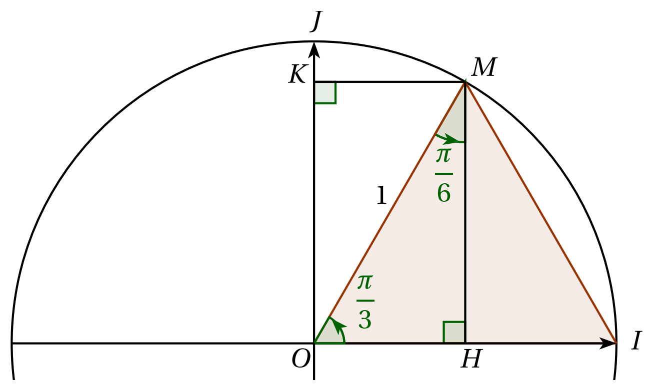
Dans le triangle OHM rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore, on a :

Donc $\boxed{\cos\frac{\pi}{4} = \sin\frac{\pi}{4} = \ldots\ldots}$.

Pour calculer les valeurs du cosinus et du sinus de $\frac{\pi}{3}$ et $\frac{\pi}{6}$, on se place dans le triangle OIM ci-contre, de côté $OM = 1$.

On cherche $OH = \cos\frac{\pi}{3}$ et $OK = \sin\frac{\pi}{3}$.

On sait que le triangle OIM est équilatéral car $OM = OI$ et que $(\overrightarrow{OH};\overrightarrow{OM})$ mesure $\frac{\pi}{3}$.

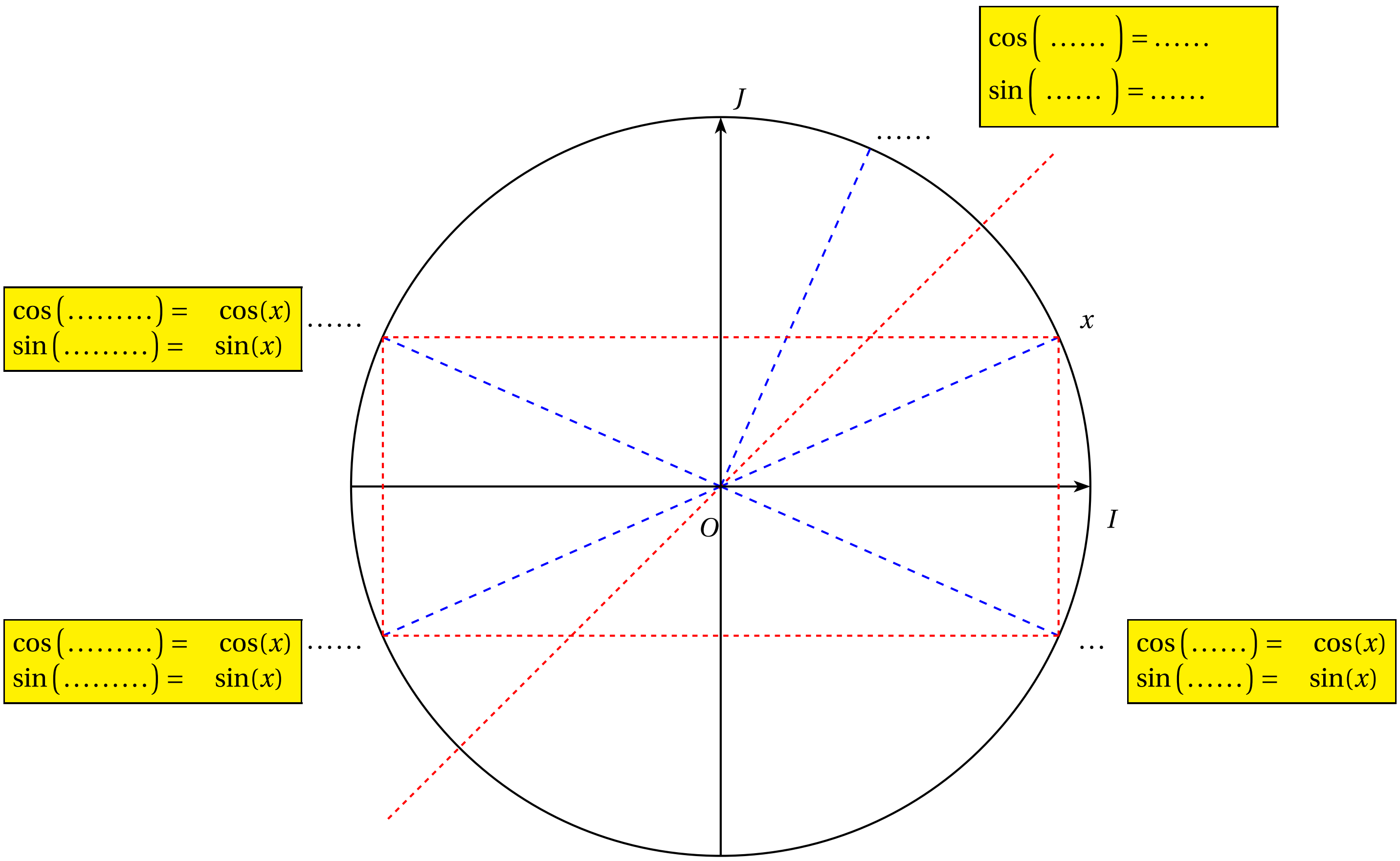


Donc sa hauteur $[MH]$ est aussi sa médiane. D'où H est le milieu de $[OI]$ et $OH = \boxed{\cos\frac{\pi}{3} = \ldots\ldots}$.
De plus, d'après le théorème de Pythagore dans le triangle OHM rectangle en H on a :

Donc $\boxed{\sin\frac{\pi}{3} = \ldots\ldots}$.

De plus la hauteur $[MH]$ du triangle OIM est aussi sa bissectrice donc $(\overrightarrow{MO};\overrightarrow{MI}) = \frac{\pi}{6} \quad [2\pi]$.

On en déduit dans le triangle OHM rectangle en H que $\boxed{\cos\frac{\pi}{6} = \ldots\cdots = \ldots\ldots}$ et $\boxed{\sin\frac{\pi}{6} = \ldots\cdots = \ldots\ldots}$



Exemple :

Grâce aux angles associés, trouver les valeurs des cosinus et sinus des angles suivants :

$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{4}$
$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{3}$
$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{11\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{6}$	$-\frac{5\pi}{6}$