


EXERCICES 2^e FEUILLE DE LA SUITE DANS LES IDÉES !

 **Exercice 1** : Dans le pays des merveilles d'Alice, le lapin blanc, depuis le temps, a fait des enfants (enfin des adolescents plutôt, car dans le pays d'Alice, les lapins sont adolescents de 0 à 4 ans, ils deviennent enfants par la suite et n'ont jamais été adultes).

Du plus vieux au plus jeune : le lapin bleu, le lapin rouge, le lapin vert et le lapin noir.

A l'adolescence chacun des 4 lapins a réclamé de l'argent de poche la monnaie étant la carotte).

Le lapin blanc a décidé de donner au lapin bleu dès sa naissance et jusqu'au jour de ses 4 ans des carottes de la manière suivante :

- 3 carottes la première semaine ;
- Chaque semaine deux carottes de plus que la semaine précédente.


Au pays des merveilles chaque année est constituée d'exactly 52 semaines et chaque mois de 4 semaines.

On note $u_0 = 3$ et u_n le nombre de carottes reçues par le lapin bleu le jour où il fête ses n semaines.

1. Calculer u_1 ; u_2 et u_3 . Combien de carottes le lapin bleu a-t-il reçu le premier mois ?
2. Donner la nature de la suite (u_n) .
3. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin bleu le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.
4. Pour leur seule consommation personnelle les lapins du pays des merveilles ont besoin de 300 carottes par semaine.
 - a. A partir de quel âge le lapin bleu peut-il se nourrir à satiété ?
 - b. Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin bleu au cours de son adolescence. On devra donc calculer :

$$S = u_0 + u_1 + \dots + u_{207} = \sum_{i=0}^{i=207} u_i$$


- c. Dès qu'il reçoit plus de 300 carottes, le lapin bleu (fort économe) met toutes les autres de côté. Déterminer le nombre de carottes économiser par le lapin bleu.
- d. Grand amateur de montre, le lapin bleu décide de troquer ses carottes contre des montres au cours suivant, 1 montre contre 540 carottes. Déterminer le nombre de montres que le lapin bleu a pu acquérir grâce aux carottes économisées.

 **Exercice 2** : Les suites suivantes sont-elles arithmétiques ? Dans le cas d'une réponse positive préciser leur raison et leur sens de variation.

1. $u_n = 3n - 2$

2. $u_n = n^2 - 3$


3. $u_n = -4n + 1$

 **Exercice 3** : (u_n) est la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2. Calculer u_{2013}

 **Exercice 4** : Considérons une suite arithmétique (v_n) telle que $v_{27} = 6$ et $v_{39} = 10$ Calculer v_7 et v_{74}

 **Exercice 5** :

1. Calculer la somme des 50 premiers entiers impairs.
2. Calculer la somme des 50 premiers entiers pairs en partant de 12

 **Exercice 6** : On reprend le contexte de l'exercice 1. Le lapin blanc décide pour son second, le lapin rouge de donner dès sa naissance et jusqu'au jour de ses 4 ans des carottes de la manière suivante :

- 417 carottes la première semaine ;
- Chaque semaine deux carottes de moins que la semaine précédente.

On note v la suite telle que v_n vaut le nombre de carottes reçues par le lapin rouge le jour de sa n -ième semaine. Notons que $v_1 = 417$ et que v_0 n'existe pas.

1. Justifier que v_n est une suite arithmétique ; préciser sa raison et son sens de variation.
2. Exprimer v_n en fonction de n .
3. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin rouge le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.


- a. Jusqu'à quel âge le lapin bleu peut-il se nourrir à satiété ?
- b. Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin rouge au cours de son adolescence. On devra donc calculer :

$$S = v_1 + v_2 + \dots + v_{208} = \sum_{i=1}^{i=208} v_i$$

- c. Dès qu'il reçoit plus de 300 carottes, le lapin rouge (fort économe comme son frère) met toutes les autres de côté. Déterminer le nombre de carottes économiser par le lapin rouge.
- d. Grand amateur de montre, le lapin rouge décide de troquer ses carottes contre des montres mais l'inflation existe au pays des merveilles. Il faut 10% de carottes supplémentaires pour obtenir une montre qu'au temps du lapin bleu. Le lapin rouge est-il perdant par rapport à son frère ?
4. Le lapin blanc constatant l'injustice subit par le lapin rouge décide d'utiliser une autre méthode pour les « carottes de poches » du lapin suivant, le lapin vert. Il le rémunère de sa naissance et jusqu'au jour de ses 4 ans de la manière suivante :
- 1 carotte la première semaine ;
 - Chaque semaine trois carottes de plus que la semaine précédente ;
 - 100 carottes les 6 derniers mois.

On note w la suite telle que $w_0 = 1$ et w_n désigne le nombre de carottes reçues par le lapin rouge le jour où il fête ses n semaines.

- a. La suite w est-elle arithmétique ?
- b. Plus précisément déterminer le rang jusqu'au quel w se comporte comme une suite arithmétique.
- c. Identique à ses frères le lapin rouge économise dès qu'il reçoit plus de 300 carottes par semaine. Mais durant les 6 derniers mois il mange un peu de ses économies de manière à manger 300 carottes exactement par semaine. Sachant que le cours de la carotte a encore augmenté de 50% déterminer le nombre de montre que le lapin rouge possèdera au moment de devenir enfant.

 **Exercice 7 :** On reprend le contexte de l'exercice 1. Vient le tour du dernier né du lapin blanc, le lapin noir. Détestant les habitudes le lapin blanc modifie une nouvelle fois le système des « carottes de poches » et le lapin noir se voit proposer le système suivant :

- 3 carottes la première semaine ;
- Chaque semaine 3,5% de carottes en plus de la semaine précédente (le lapin blanc donnera s'il le faut des morceaux de carottes...)

On note t la suite telle que t_n vaut le nombre de carottes reçues par le lapin rouge le jour de sa n -ième semaine. Notons que $t_1 = 3$ et que t_0 n'existe pas.


1. Calculer t_1 ; t_2 et t_3 . Combien de carottes le lapin noir a-t-il reçu le premier mois ?
2. Quelle est la nature de la suite (t_n) ?
3. Calculer le nombre de carottes reçues par le lapin noir le jour de ses 1 an, de ses 2 ans, de ses 3 ans et enfin le jour de ses 4 ans.
4. Pour leur seule consommation personnelle les lapins du pays des merveilles ont besoin de 300 carottes par semaine.
 - a. A partir de quel âge le lapin noir peut-il se nourrir à satiété ?
 - b. Déterminer le nombre total de carottes que le lapin blanc a donné au lapin noir au cours de son adolescence. On devra donc calculer :


$$S = t_1 + t_2 + \dots + t_{208} = \sum_{i=1}^{i=208} t_i$$

- c. Dès qu'il reçoit plus de 300 carottes, le lapin noir (comme les autres) met toutes les autres de côté. Déterminer le nombre de carottes économiser par le lapin noir.
- d. Par rapport au lapin précédent, le cours de la carotte a encore augmenté de 10%. Déterminer le nombre de montres que le lapin noir a pu acquérir grâce aux carottes économisées.

 **Exercice 8 :**


1. Montrer que la suite (u_n) définie par $u_n = \frac{2}{3^n}$ est géométrique
2. La suite (v_n) est définie par $v_0 = 6$ et $v_{n+1} = 3v_n + 4$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.
On note pour tout $n \in \mathbb{N}$: $w_n = v_n + 2$ Montrer que (w_n) est une suite géométrique


 **Exercice 9** : Montrer que la suite (u_n) définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = 2 \times (-1)^n$ est géométrique.

 **Exercice 10** : (u_n) et (v_n) sont deux suites géométriques. Déterminer u_5 , u_8 , v_7 et v_{15} sachant que :


1. $u_0 = 6$ et $q = -\frac{1}{3}$

2. $v_5 = 1$ et $v_{10} = 32$

 **Exercice 11** : Soit (u_n) la suite géométrique de premier terme $u_0 = \frac{1}{2}$ et de raison $q = \frac{3}{2}$.
Calculer $S = u_4 + u_5 + \dots + u_{14}$

 **Exercice 12** : Un étudiant loue une chambre pour 3 ans. On lui propose deux types de bails.
1^{er} contrat : Un loyer de 200€ pour le premier mois puis une augmentation de 5€ par mois jusqu'à la fin du bail.
2^{ème} contrat : Un loyer de 200€ pour le premier mois puis une augmentation de 2% par mois jusqu'à la fin du bail¹.

1. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du deuxième mois puis le loyer du troisième mois.
2. Calculer, pour chacun des deux contrats, le loyer du dernier mois, i.e le loyer du 36^{ème} mois.
3. Quel est le contrat globalement le plus avantageux pour un bail de 3 ans? (*Justifier par des calculs*)

 **Exercice 13** : Les rayons cosmiques produisent continuellement dans l'atmosphère du carbone 14, qui est un élément radioactif. Durant leur vie, les tissus animaux et végétaux contiennent la même proportion de carbone 14 que l'atmosphère. Cette proportion de carbone 14 décroît après la mort du tissu de 1,24% en 100 ans.

1. Déterminer les pourcentages de la proportion initiale de carbone 14 contenu dans le tissu au bout de 1000 ans, de 2000 ans et de 10000 ans.
2. Exprimer le pourcentage de la proportion initiale de carbone 14 contenu dans le tissu au bout de $k \times 10^3$ années.
3. Un fossile ne contient plus que 10% de ce qu'il devrait contenir en carbone 14. Estimer son âge.

1. Un bail est un contrat de location