EXERCICES : POLYNÔMES DU SECOND DEGRÉ

Exercice 1 : « Canoniser » le trinôme $x^2-7x+12$, établir son tableau de variations et déterminer ses éventuelles racines.

Exercice 2 : Déterminer les éventuelles racines réelles des trinômes suivants :

1. x^2-2x-4 **2.** $x^2+10+7x$ **3.** $2x^2-2x+5$

Exercice 3 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $20x-80x^2=130$ **2.** $x^2-x=\dfrac{15}{4}$ **3.** $49x^2+16=56x$

Exercice 4 : Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des **entiers consécutifs** et dont la somme des aires est 15 125 ? Si oui, préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés.
Même question avec 15 127.

Exercice 5 : Trouver deux nombres entiers dont la somme est égale à 57 et le produit à 540.

Exercice 6 : Résoudre les (in)équations suivantes :

1. $-3x^2-5x\leq 0$ **3.** $\dfrac{2z-5}{z-1}=\dfrac{z-1}{z+1}$ **5.** $\dfrac{3b^2+b+1}{b^2-3b-10}>0$

2. $\sqrt{a+1}=2a-3$ **4.** $(t^2+2t+1)^2<16$ **6.** $(2s+1)(5-s)<(5-s)(s+4)$

Exercice 7 : Soit f une fonction définie par $f(x)=-3x^2+2x+1$ pour tout réel x.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O;\vec{i},\vec{j})$

1. Préciser la nature de la courbe C_f et les coordonnées de son sommet S
2. Montrer que la courbe coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont on déterminera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de x la courbe est-elle située au dessus de l'axe des absisses ?

Exercice 8 : Soit u une fonction polynôme de degré 2 de forme développé $u(x)=ax^2+bx+c$.
On donne son tableau de variations ci-dessous.

x	$-\infty$	1	4	$\cdots$	$+\infty$
Variations de u	$\nearrow$	0 $\nearrow$	18	$\searrow$ 0	$\searrow$

1. Déterminer la seconde racine de u.
2. Déterminer a.
3. En déduire la forme factorisée de u, puis sa forme canonique et enfin sa forme développée.
4. Etablir les tableaux de variations des fonctions $g=\sqrt{u}$, $h=\dfrac{1}{u}$ et $k=|u|$ sur le plus grand ensemble possible.

Exercice 9 :

1. f est le polynôme défini par $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$
   - **a.** Déterminer les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}$, on ait $f(x) = (2x+1)(ax^2 + bx + c)$.
   - **b.** Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$
   - **c.** Etablir le tableau de signe de f.
2.
   - **a.** Trouver une racine évidente x_0 de $g(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$.
   - **b.** Déterminer alors les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}$, on ait $g(x) = (x - x_0)(ax^2 + bx + c)$.
   - **c.** Résoudre $x^3 - x^2 - 14x + 24 \leq 0$

Exercice 10 : Résoudre l'équation : $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$

Indication : Poser $\mathrm{X} = x^2$ *(ce type d'équation s'appelle une équation **bicarré**)*

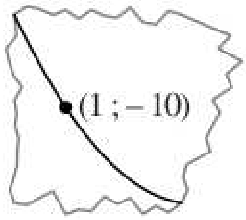
Exercice 11 : Résoudre l'équation : $x + x^3 + x^5 + x^7 = 0$

Indication : Peut-il y avoir une solution réelle strictement négative ? Et strictement positive ?

Exercice 12 : Résoudre sans utiliser Δ l'équation : $2012x^2 + x - 2013 = 0$

Exercice 13 :

Dans le plan rapporté aux axes Ox et Oy en positions usuelles (Ox horizontal et Oy vertical), on a tracé une parabole d'équation $y = ax^2 + bx + c$ passant par le point $(1 ; -10)$.
On a alors effacé les axes et une partie de la courbe en ne laissant que le dessin ci-contre.
Parmi les affirmations suivantes, laquelle peut être fausse ?



A) $a > 0$ B) $b < 0$ C) $a + b + c < 0$
D) $b^2 > 4ac$ E) $c < 0$

Exercice 14 : Ecrire un algorithme qui donne la valeur du Δ d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$, ainsi que son nombre de racines éventuelles et leurs valeurs.
Le programmer sur votre calculatrice.