# EXERCICES : TRIGONOMÉTRIE

**Exercice 1** :

1. Convertir en radians les mesures d'angles exprimées en degrés : 72°, 105°, 50° et 44°
2. Convertir en degrés les mesures d'angles exprimées en radians : $\frac{7\pi}{24}, -\frac{5\pi}{18}, \frac{\pi}{9}$ et $-\frac{2\pi}{5}$

**Exercice 2** : Sans calculatrice, dire si les réels suivants sont des mesures principales en radians d'angles orientés

$$\frac{7\pi}{5} \qquad -\frac{13\pi}{5} \qquad \frac{\pi}{4} \qquad -\frac{3\pi}{4} \qquad \frac{3\pi}{2} \qquad -\frac{2\pi}{3} \qquad -\frac{7\pi}{6} \qquad \frac{37\pi}{36}$$

**Exercice 3** : MNP est un triangle équilatérale direct, ie tel que $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}) = +\frac{\pi}{3}$ et I est le milieu de [NM].

Faire un schéma de la situation puis lire graphiquement une mesure de chacun des angles ci-dessous :

$$(\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{PM}) \qquad (\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{PN}) \qquad (\overrightarrow{NM}, \overrightarrow{MP}) \qquad (\overrightarrow{PN}, \overrightarrow{PI})$$

**Exercice 4** : ABCD est un carré de centre O direct, ie que si on tourne autour du carré sur son cercle circonscrit dans le sens direct, on trouve dans l'ordre nommés les sommets, ou encore on a $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = +\frac{\pi}{2}$.

Faire un schéma de la situation puis lire graphiquement :

1. Deux mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$
2. les mesures principales des angles

$$(\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CA}) \qquad (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{OB}) \qquad (\overrightarrow{DO}, \overrightarrow{AC}) \qquad (\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{AC}) \qquad (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD})$$

$$(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{AD}) \qquad (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB}) \qquad (\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}) \qquad (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{CO})$$

**Exercice 5** : ABCD est un carré tel que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}$

AEB et BCF sont des triangles équilatéraux tels que $(\overrightarrow{EA}, \overrightarrow{EB}) = \frac{\pi}{3}$ et $(\overrightarrow{FC}, \overrightarrow{FB}) = \frac{\pi}{3}$

On se propose de démontrer que les points D, E et F sont alignés en utilisant les angles orientés

1. Faire un schéma de la situation.
2. **a.** Démontrer que le triangle ADE est isocèle

   **b.** Démontrer que $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EA}) = \frac{5\pi}{12}$
3. Déterminer une mesure de $(\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF})$ et en déduire une mesure de $(\overrightarrow{EB}, \overrightarrow{EF})$
4. **a.** Utiliser la relation de Chasles pour calculer une mesure de $(\overrightarrow{ED}, \overrightarrow{EF})$

   **b.** Que peut-on en déduire sur les points D , E et F ?

**Exercice 6** : A, B, C et D sont des points tels que : $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = -\frac{\pi}{12} \quad [2\pi]$ et $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}) = \frac{5\pi}{12} \quad [2\pi]$.

Démontrer que ACD est rectangle.

**Exercice 7** : Exprimer à l'aide de $\sin(x)$ et $\cos(x)$ les expressions suivantes :
- $A = \cos(x+\pi) - \cos(-x) + 5\cos(x)$
- $B = \sin(\pi - x) + 2\sin(x+2\pi) + \sin(x+3\pi)$
- $C = \sin(\pi + x)\cos(\pi - x) - \sin(\pi - x)\cos(\pi + x)$
- $D = \sin(x + 11\pi) + \sin(11\pi - x) - \cos(11\pi - x)$

**Exercice 8** : Soit $a = \sin\left(\frac{\pi}{7}\right)$. Exprimer en fonction de $a$ :

$$\sin\left(-\frac{\pi}{7}\right) \qquad \sin\left(\frac{8\pi}{7}\right) \qquad \sin\left(\frac{6\pi}{7}\right) \qquad \cos\left(\frac{5\pi}{14}\right)$$

**Exercice 9** :

**1.** Par lecture sur le cercle trigonométrique, déterminer les réels $t$ de $]-\pi;\pi]$ tels que $\cos(t) = -\frac{1}{2}$

**2.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(t) = -\frac{1}{2}$.

**Exercice 10** : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

**1.** $\cos(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

**2.** $\sin(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$

**3.** $\cos(x) = -1$

**4.** $\sin(x) = 0$

Dans chaque cas, donner les solutions de l'intervalle $[2\pi;5\pi[$

**Exercice 11** : À l'aide d'une figure, résoudre les équations et inéquations suivantes :

**1.** $\cos(x) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ pour $x \in [0;2\pi[$

**2.** $\sin(x) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ pour $x \in [-\pi;\pi[$

**3.** $\cos(x) \geq \frac{1}{2}$ pour $x \in [-\pi;\pi[$

**4.** $\sin(x) < \frac{1}{2}$ pour $x \in [0;2\pi[$

**Exercice 12** : Par lecture sur le cercle trigonométrique, déterminer les réels $t$ de $]-\pi;\pi]$ puis ceux de $[0;2\pi[$ tels que

**1.** $-\frac{1}{2} \leq \sin(t) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$

**2.** $\cos(t) \leq 0$

**3.** $1 - 2\sin(t) > 0$

**Exercice 13** : On considère l'équation (E) : $\sin x = \cos\frac{\pi}{3}$

**1.** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation (E)

**2.** Résoudre dans $]-\pi;\pi]$ l'équation (E)