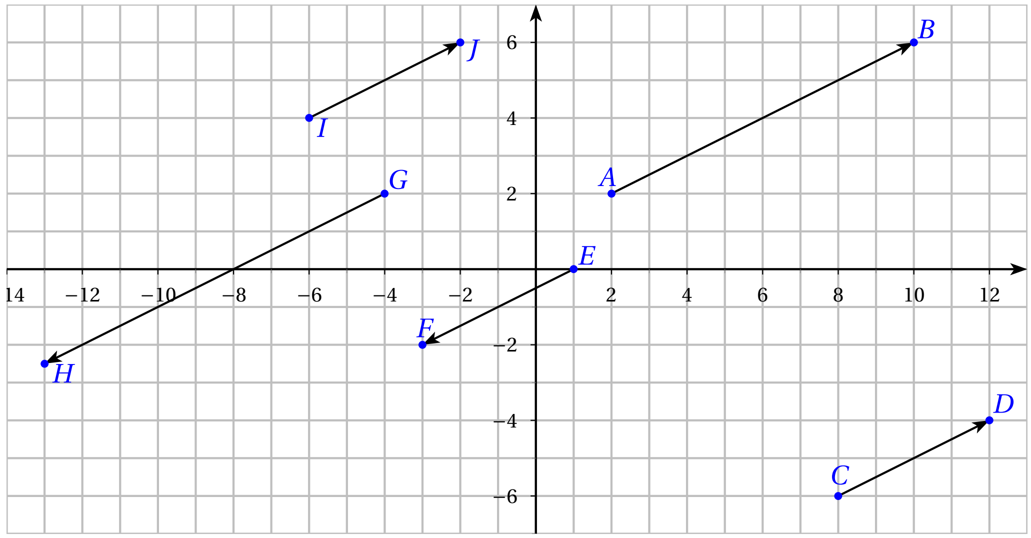
***Travail de l'élève* 1.**



Définition 1 : *Translation de vecteur*

Le **vecteur** $\overrightarrow{AB}$ symbolise le déplacement rectiligne de A vers B. On l'associe à la translation qui transforme A en B, noté $t_{\overrightarrow{AB}}$.

Caractérisation d'un vecteur

Un vecteur non nul du plan est caractérisé par :

Sa direction Son sens Sa longueur

Remarques :

- Un vecteur est indépendant de son point de son origine (point de départ)
- Si les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ son égaux, on peut leur donner un même nom, par exemple $\vec{u}$.
  On dit que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont des représentants du vecteur $\vec{u}$.
- Il existe un vecteur qui n'a ni direction, ni sens, et de la longueur 0. On l'appelle le *vecteur nul* et on le note $\vec{0}$.
- Deux vecteurs sont dits opposés lorsqu'ils ont la même direction, la même norme, mais des sens opposés.
  On note $-\vec{u}$ l'opposé du vecteur $\vec{u}$. Ainsi l'opposé de $\overrightarrow{AB}$ est $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$
- La longueur d'un vecteur $\vec{u}$ est aussi appelée norme. C'est un donc nombre positif ou nul. On le note $||\vec{u}||$.
  En particulier : $||\overrightarrow{AB}|| = AB$

Propriété 1 :

Soient A, B, C et D quatre points avec A et B distincts.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont égaux si et seulement si $ABDC$ est un parallelogramme.

Définition 2 :

Soit $\vec{u}$ un vecteur du plan muni d'un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$. On appelle coordonnées du vecteur $\vec{u}$ les coordonnées du point M tel que $\vec{u} = \overrightarrow{OM}$. Si $M(x;y)$, on note $\vec{u}(x;y)$ ou encore $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$

Remarques :

- Le couple $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ correspond également au déplacement effectué sur le quadrillage.

– Celles-ci sont donc indépendantes de l'origine du repère.
– A partir de maintenant, on se place dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan.
– On en déduit facilement que deux vecteurs sont égaux ssi ils ont les mêmes coordonnées dans un repère.

$$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} \Longleftrightarrow x = x \text{ et } y = y'$$

Propriété 2 :

Soit $\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ un vecteur dans un repère **orthonormal** $(O;\vec{i};\vec{j})$. Grâce au théorème de Pythagore, on montre que :

$$||\vec{u}|| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Propriété 3 :

Si A et B sont deux points de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ alors les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$$

On a donc aussi :

$$AB = ||\overrightarrow{AB}|| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

Définition 3 : *Somme de vecteurs*

La **somme de deux vecteurs** $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est le vecteur associé à la translation résultant de l'enchaînement des translations de vecteurs $\vec{u}$ et de vecteur $\vec{v}$. On le note $\vec{u} + \vec{v}$.

Remarque : On retiendra l'idée que l'on met « bout à bout » les vecteurs puis que les « détours » ne comptent pas, puisque le vecteur somme est le chemin *rectiligne* entre le point de départ du chemin fomé et son point d'arrivée.

On en déduit immédiatement le résultat suivant.

Propriété 4 : *Relation de Chasles*

Pour tous points A, B et C, on a :

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$$

Définition 4 : *Produit d'un vecteur par nombre réel*

Soit $k \in \mathbb{R}^*$. Le produit d'un vecteur $\vec{u}$ par k est le vecteur noté $k\vec{u}$. Il est défini comme le vecteur ayant :
– la même direction que $\vec{u}$
– le même sens que $\vec{u}$ si $k > 0$, le sens contraire si $k < 0$.
– une norme égale à k fois celle de $\vec{u}$.

Remarque : Soient deux vecteurs $\vec{u}(x; y)$ et $\vec{v}(x'; y')$ et k un nombre réel. On a :

$$\vec{u} + \vec{v} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} x + x' \\ y + y' \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad k\vec{u} \text{ a pour coordonnées } \begin{pmatrix} kx \\ ky \end{pmatrix}$$