

EXERCICES : TRIGONOMÉTRIE

Exercice 1 :

ABCD est un carré tel que $(\vec{AB}, \vec{AD}) = \frac{\pi}{2}$

AEB et BCF sont des triangles équilatéraux tels que $(\vec{EA}, \vec{EB}) = \frac{\pi}{3}$ et $(\vec{FC}, \vec{FB}) = \frac{\pi}{3}$

On se propose de démontrer que les points D, E et F sont alignés en utilisant les angles orientés

1. Faire un schéma de la situation.
2.
 - a. Démontrer que le triangle ADE est isocèle
 - b. Démontrer que $(\vec{ED}, \vec{EA}) = \frac{5\pi}{12}$
3. Déterminer une mesure de (\vec{BE}, \vec{BF}) et en déduire une mesure de (\vec{EB}, \vec{EF})
4.
 - a. Utiliser la relation de Chasles pour calculer une mesure de (\vec{ED}, \vec{EF})
 - b. Conclure

Travail de l'élève 1.

Partie A : Equation $\cos x = a$

1. Soit l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$ à résoudre dans \mathbb{R} .
 - a. Placer sur le cercle trigonométrique les points M et M' d'abscisse $\frac{1}{2}$
 - b. Déterminer les mesures principales des angles (\vec{OI}, \vec{OM}) et (\vec{OI}, \vec{OM}') .
En déduire l'ensemble des solutions dans $] -\pi; \pi]$ de l'équation $\cos x = \frac{1}{2}$.
 - c. Résoudre dans \mathbb{R} cette équation.
2.
 - a. Par une méthode analogue, résoudre dans \mathbb{R} l'équation $\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 - b. En déduire les solutions dans $[0; 2\pi[$ de cette équation.
3.
 - a. Examiner le cas des équations $\cos x = 1.5$ et $\cos x = -3$.
 - b. Donner une condition sur a pour que l'équation $\cos x = a$ puisse admettre des solutions.
4. Soit l'équation $\cos x = 0.25$.
 - a. Sur le cercle trigonométrique, placer les images des solutions de l'équation.
 - b. On note θ la solution de cette équation dans $[0; \pi[$.
Exprimer en fonction de θ les solutions de l'équation $\cos x = 0.25$ sur \mathbb{R} .
 - c. Résoudre cette équation dans $[0; 2\pi[$.
Donner, à l'aide de la calculatrice des valeurs approchées de ces solutions à 10^{-4} près.

Partie B : Equation $\sin x = a$

1. En suivant la même méthode que dans la partie A, résoudre l'équation $\sin x = \frac{1}{2}$ dans $] -\pi; \pi]$ puis dans \mathbb{R} .
2. Même question pour $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$. Donner ensuite les solutions de cette équation dans $[0; 2\pi[$.
3. Soit l'équation $\sin x = 0.3$. On note α la solution de cette équation dans $] -\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.
Exprimer en fonction de α les solutions sur \mathbb{R} de l'équation $\sin x = 0.3$.