Polynômes du second degré

Exercice 1 :

Soit f une fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ pour tout réel x.
On note C_f sa représentation graphique dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$

1. Préciser la nature de la courbe C_f et les coordonnées de son sommet S
2. Montrer que la courbe coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont on déterminera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de x la courbe est-elle située au dessus de l'axe des absisses ?

Exercice 2 :

Résoudre l'équation :

$$6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

*Indication : Poser $X = x^2$ (ce type d'équation s'appelle une équation **bicarré**)*

Exercice 3 :

Résoudre l'équation :

$$x + x^3 + x^5 + x^7 = 0$$

Indication : Peut-il y avoir une solution réelle strictement négative ? Et strictement positive ?

Exercice 4 :

Résoudre les (in)équations suivantes :

1. $-3x^2 - 5x \leq 0$
2. $5m^2 - 3m + \dfrac{9}{20} < 0$
3. $\sqrt{a+1} = 2a - 3$
4. $\dfrac{2z-5}{z-1} = \dfrac{z-1}{z+1}$
5. $(t^2 + 2t + 1)^2 < 16$
6. $\dfrac{3b^2 + b + 1}{b^2 - 3b - 10} > 0$
7. $(2s+1)(5-s) < (5-s)(s+4)$

Exercice 5 :

Résoudre sans utiliser Δ l'équation :

$$2010x^2 + x - 2011 = 0$$

Exercice 6 :

1. f est le polynôme défini par $f(x) = 4x^3 + 2x^2 - 2x - 1$
   a. Déterminer les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}$, on ait $f(x) = (2x+1)(ax^2 + bx + c)$.
   b. Résoudre alors l'équation $f(x) = 0$
   c. Etablir le tableau de signe de f.
2. a. Trouver une racine évidente x_0 de $g(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$.
   b. Déterminer alors les réels a, b et c tels que $\forall x \in \mathbb{R}$, on ait $g(x) = (x - x_0)(ax^2 + bx + c)$.
   c. Résoudre $3x^3 - 5x^2 - x + 3 \leq 0$