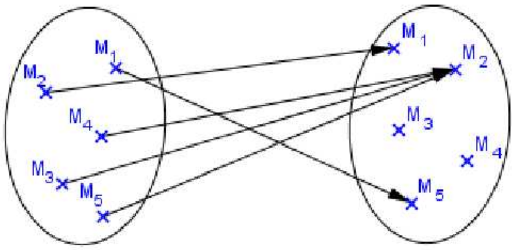
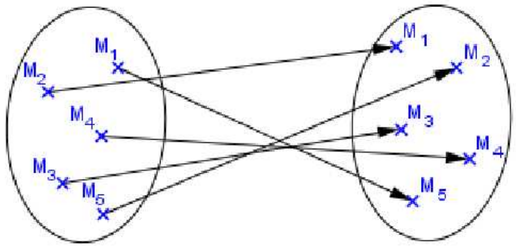
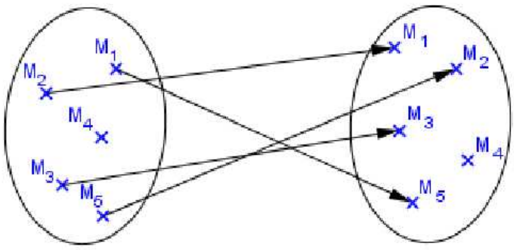
Exercices

Exercice 1. Pour chacun des schémas, dire si l'application est une injection, une surjection ou une bijection (justifier).

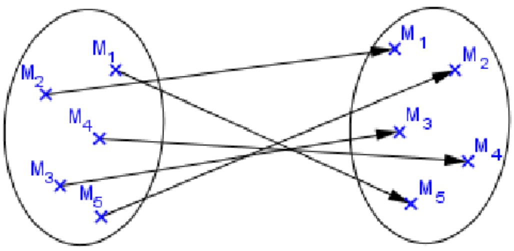


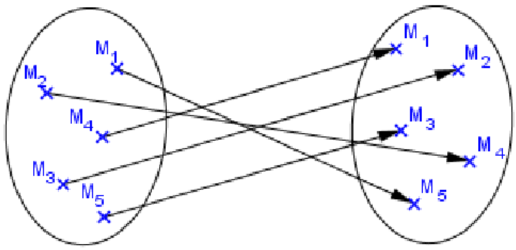


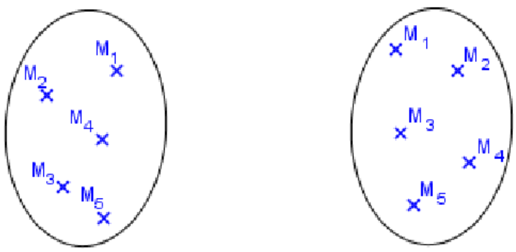


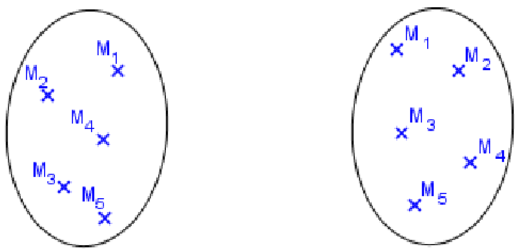
Exercice 2. On note f la transformations du premier schéma et g celle du deuxième.

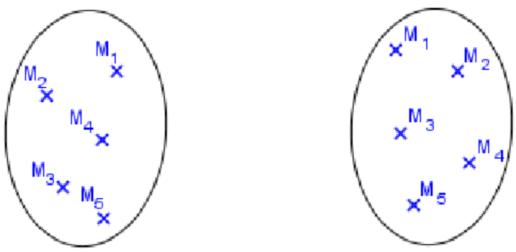
1. Vérifier que ce sont bien des transformations (Justifier)
2. Décrire les transformations réciproques de f et g
3. Faire le schéma de la transformation $h = f \circ g$ et $s = g \circ f$

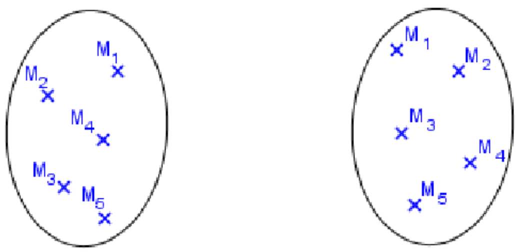












<u>Exercice</u> 3. Soit f, g et h trois transformations du plan.

1. Vérifier que $g \circ f$ est une transformation du plan et que $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$
2. A et B sont deux points distincts du plan. Comparer $f \circ g$ et $g \circ f$ dans les cas suivants :
   (a) f est la symétrie d'axe (AB) et g la translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$
   (b) f et g sont les symétries centrales par rapport à A et B respectivement
3. (a) Vérifier que $h \circ (g \circ f) = (h \circ g) \circ f$
   Grâce à cette propriété, on peut noter $h \circ g \circ f$ au lieu de $h \circ (g \circ f)$ ou de $(h \circ g) \circ f$.

   (b) Démontrer que : $f \circ g = h \Longleftrightarrow g = f^{-1} \circ h$ et $f \circ g = h \Longleftrightarrow f = h \circ g^{-1}$

<u>Exercice</u> 4. Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
Ω est un point du plan d'affixe ω. Pour tout point M du plan, on considère le point M_1 image de M par la rotation de centre Ω et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$.
On appelle M' le milieu de $[MM_1]$. Soit f l'application qui à M fait correspondre le point M'.

1. Déterminer l'écriture complexe de f.
2. Démontrer que f est une similitude et donner son rapport.

<u>Exercice</u> 5. On considère une homoth{etie h de rapport k. Démontrer que h est une similitude. Quel est son rapport ?

<u>Exercice</u> 6. Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

1. Soit f l'application ayant pour écriture complexe $z' = 1 - i\overline{z}$. f est-elle une similitude ?
2. Soit fg l'application ayant pour écriture complexe $z' = z + 2\overline{z}$. g est-elle une similitude ?

<u>Exercice</u> 7. On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
Les points A, B, I, J et K d'affixes respectives $z_A = 4i$, $z_B = 2$, $z_I = 3$, $z_J = 1$ et $z_K = 3 - i$.

1. Démontrer que le triangle IJK est un triangle semblable au triangle OAB.
2. Existe-t-il une transformation d'écriture complexe $z' = az + b$ par laquelle le triangle OAB a pour image le triangle IJK ?
3. Existe-t-il une transformation d'écriture complexe $z' = a\overline{z} + b$ par laquelle le triangle OAB a pour image le triangle IJK ?
4. On considère la rotation r de centre O et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$, l'homothétie h de centre B et de rapport $-\dfrac{1}{2}$ et la symétrie s d'axe $(O; \vec{u})$.
   Construire les images de O, A et B par l'application $s \circ h \circ r$. Donner l'écriture complexe de cette transformation.

<u>Exercice</u> 8. On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$.
On note D la droite d'équation $y = x$. Soit r la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$, s la symétrie d'axe $(O; \vec{u})$ et s' la symétrie d'axe D.
Soit A le point d'affixe 1. Démontrer que les points O et A sont invariants par $s' \circ r$.
En déduire que $s' \circ s = r$.

Rappels sur les transformations

	Translation	**Symétrie axiale**	**Rotation**	**Homothétie**
Elément(s) Caractéristique(s)				
Notation				
M' **image de** M **signifie que**				
Cas particuliers				
Point(s) fixe(s)				
Transformation réciproque				
Isométrie				
Conserve les angles orientés				

Remarque : Toutes ces transformations et leurs composées conservent l'alignement, les barycentres, les cercles, le contact, les angles géométriques, le parallélisme et l'orthogonalité.