Lycée Jean Durand, Castelnaudary | Classe de T^{ale} STG

Chapitre 4 : Equations de droites

D. Zancanaro   C. Aupérin

2008-2009

"J'aimais et j'aime encore les mathématiques pour elles-mêmes
comme n'admettant pas l'hypocrisie et le vague,
mes deux bêtes d'aversion"
STENDHAL

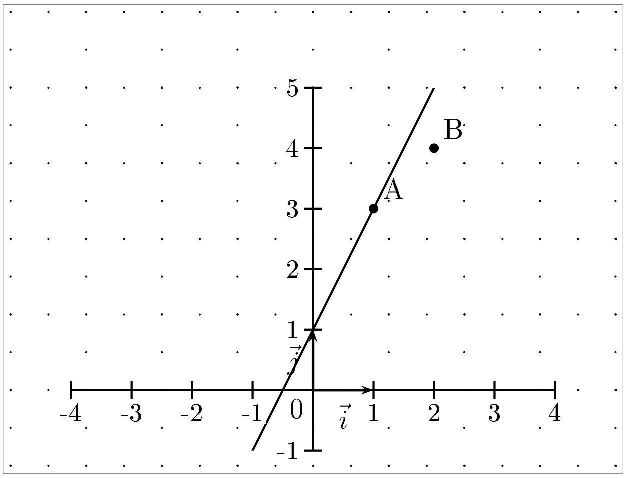
Dernière modification : 9 décembre 2008

Table des matières

Cours : Equations de droites

1 Equation de droites

Voici une droite d d'équation $y = 2x + 1$.



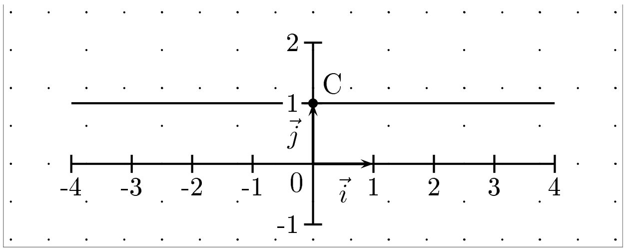
Définition 1. Dire que d a pour équation $y = 2x + 1$, cela signifie que tout point $M \in d$ a des coordonnées qui vérifient l'équation de d. De plus si un point a des coordonnées qui vérifient l'équation de d, alors ce point est sur la droite et sinon il n'est pas sur la droite.

Exemple : Le point $A(1; 3) \in d$ car $3 = 2 \times 1 + 1$. De plus le point $B(2; 4) \notin d$ car $4 \neq 2 \times 2 + 1$

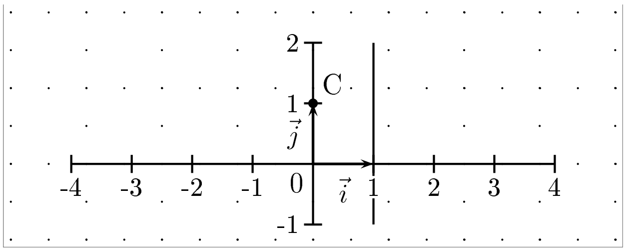
Remarque : L'équation de la droite d n'est pas unique, en effet on peut très bien l'écrire $2y = 4x+2$ ou encore $2y - 4y = 2$, ect...

THÉORÈME 1. Toute droite, non parallèle à l'axe des ordonnées, admet une équation unique de la forme $y = ax + b$. On dit que c'est l'équation réduite de la droite. a est appelé le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine de la droite.

Exemple : L'équation réduite de la droite d est donc : $y = 2x + 1$. En revanche $2y = 4x + 2$ n'est pas l'équation réduite de la droite ; de la même manière $2y - 4y = 2$ n'est pas l'équation réduite de d.
Remarque : La droite passant par le point $C(0; 1)$ et qui est parallèle à l'axe des abscisses a pour équation réduite $y = 0 \times x + 1$, i.e $y = 1$. Le coefficient directeur est 0 et l'ordonnée à l'origine est 1.



Remarque : La droite passant par C parallèle à l'axe des ordonnées admet une équation différente ; tous les points ayant la même abscisse (1), son équation est $x = 1$. **Cette droite n'a donc pas de coefficient directeur ni d'ordonnée à l'origine**. *Elle n'admet pas d'équation réduite.*



THÉORÈME 2. Toute droite admet une équation du type $ax + by = c$. On dit que c'est une équation générale, cette équation n'est pas unique, au contraire toute admet une infinté d'équations générales. Les nombres a ; b et c ne portent pas de nom particulier.

Remarque : On vient de voir que toutes les droites n'admettent pas d'équation réduite, en revanche elles admettent toutes une infinité d'équation générale.

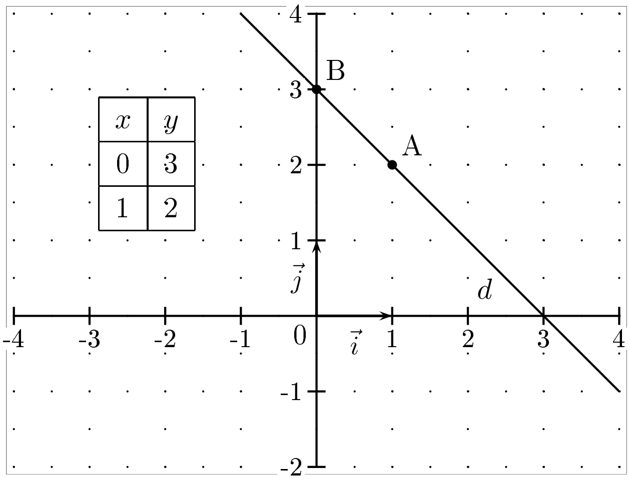
Exemple : Les trois droites précédentes admettent respectivement comme équation générale :

1. $y - 2x = 2$
2. $y + 0x = 1$
3. $0y + x = 1$

2 Tracer une droite

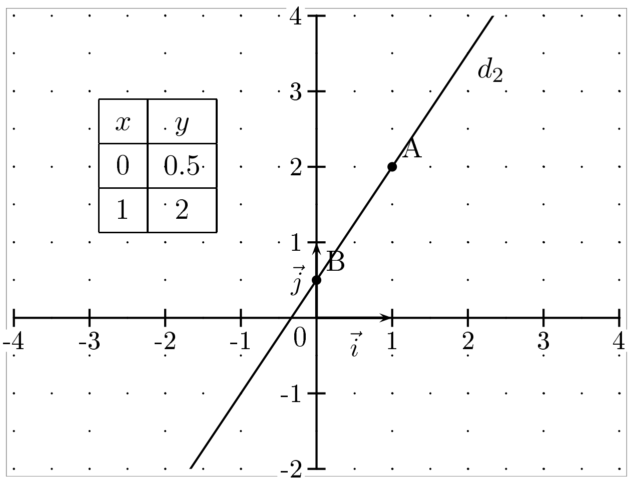
1ère Méthode : Soit d la droite d'équation : $y = -x + 3$.

1. Pour tracer une droite il nous suffit de connaître deux points.
2. L'équation est une relation liant les coordonnées des points de la droite. Si on choisit pour x, par exemple, la valeur 0, on trouvera, à l'aide de l'équation la valeur de l'ordonnée y. On obtient le point B
3. On réitère ce processus une seconde fois, en choisissant cette fois-ci pour x la valeur 1. On obtient le point A.
4. Enfin on place les deux points obtenus et on les relie.



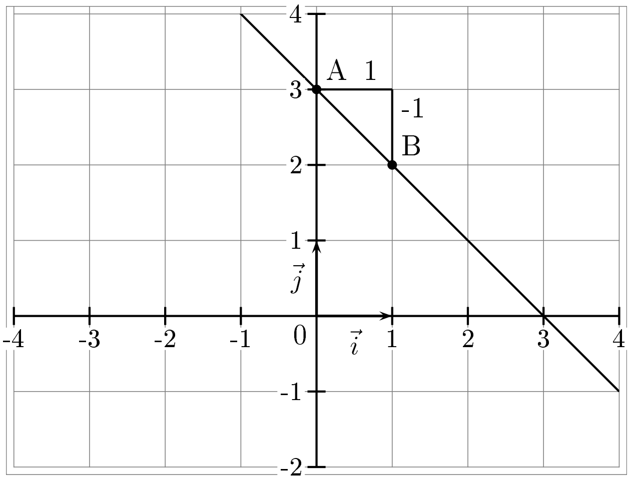
Remarque : On peut choisir n'importe quelles valeurs pour x, mais on s'arrange pour simplifier les calculs au maximum ; pour cette raison on choisit souvent les valeurs 0 et 1.

Exemple : Soit d_2 la droite d'équation $2y - 3x = 1$
Si $x = 0$ alors $2y = 1 \Longleftrightarrow y = \dfrac{1}{2}$
Si $x = 1$ alors $2y - 3 = 1 \Longleftrightarrow 2y = 4 \Longleftrightarrow y = 2$



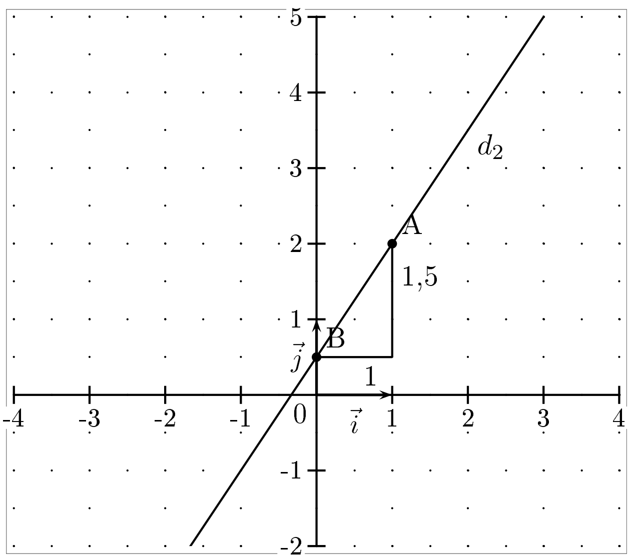
<u>**2$^{\text{ème}}$ Méthode**</u> : Soit d la droite d'équation : $y = -x + 3$.

1. On se sert du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine.
2. On place le point de coordonnée $B(0;3)$ (lorsque $x = 0$, $y = 3$). Quand x prend la valeur 0, y vaut toujours l'ordonnée à l'origine.
3. On place ensuite le point de coordonnée $A(1;2)$, obtenu comme expliquÃ© sur le schÃ©ma suivant.



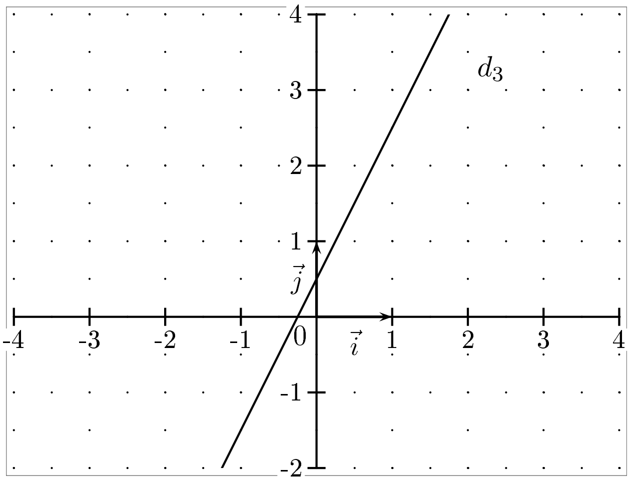
Exemple : Soit d_2 la droite d'équation $2y - 3x = 1$
Comme on se sert du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine, on doit trouver l'équation réduite de d_2 :

$$2y - 3x = 1 \iff 2y = 3x + 1 \iff y = \frac{3}{2}x + \frac{1}{2}$$



3 Trouver l'équation d'une droite

On se donne une droite, d_3, et le but est de déterminer son équation.



$1^{\text{ère}}$ **Méthode** :

- d_3 n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées donc d_3 admet une équation réduite de la forme $y = ax + b$
- On cherche l'ordonnée du point de la droite dont l'abscisse est 0.
  Ici ce point a pour ordonnée $0,5$. En conclusion l'équation réduite de d_3 est $y = ax + 0,5$
- On cherche l'ordonnée du point de la droite dont l'abscisse est 1.
  Ici ce point a pour ordonnée $2,5$. On effectue la différence entre le l'ordonnée de ce point et celle du précédent : $2,5 - 0,5 = 2$. En conclusion léquation réduite de d_3 est $y = 2x + 0,5$

$2^{\text{ème}}$ **Méthode** :

- d_3 n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées donc d_3 admet une équation réduite de la forme $y = ax + b$
- On cherche les coordonnées de deux points de la droite. Par exemple $A(0; 0.5)$ et $B(1; 2,5)$.
- le coefficient directeur s'obtient en appliquant la formule :

$$\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{2,5 - 2}{1 - 0} = \frac{2}{1} = 2$$

  L'équation réduite ne présente plus qu'une inconnue, b : $y = 2x + b$
- On remplace x et y par les coordonnées de A ou de B dans l'équation réduite afin de trouver la valeur de b :
  Avec les coordonnées de A $0,5 = 2 \times 0 + b \Longleftrightarrow b = 0.5$
  Avec les coordonnées de B : $2,5 = 2 \times 1 + b \Longleftrightarrow b = 2,5 - 2 = 0,5$
  En conclusion l'équation réduite de d_3 est : $y = 2x + 0,5$

Les Annexes