Exercices sur les limites (n°1)

Exercice 1 :

Déterminer la limite de la suite (u_n) de terme général $u_n = \dfrac{3n^2+n}{n^2}$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

Déterminer la limite de la suite (u_n) de terme général $u_n = \dfrac{n+(-1)^n}{2n-1}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Soit (u_n) la suite définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = \dfrac{2(-1)^n - 4n + 3}{n+7}$. Etudier $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Exercice 2 :

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par : $u_n = n(-1)^n$. Démontrer qu'elle diverge.

Soit la suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $u_n = n - \cos(n^2)$. Etudier $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Montrer que la suite (u_n) de terme général $u_n = n^2 + \sin n$ diverge.

Exercice 3 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes en $-\infty$ et $+\infty$:

$g(x) = \dfrac{-3x+1}{6x-1}$ $\qquad$ $h : x \mapsto \dfrac{x^2+2x+9}{-2x^5}$

Exercice 4 :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^3 + x^2$.

- Déterminer les valeurs de $f(1), f(10), f(100), f(1125)$.
- On considère l'intervalle $]100;+\infty[$. Démontrer que pour $x > 10$, $f(x) \in \,]100;+\infty[$.
- On considère un intervalle $]A;+\infty[$ avec $A > 0$, mq pour $x > \sqrt{A}$, tous les $f(x)$ sont dans l'intervalle $]A;+\infty[$.
- Que peut-on en conclure ?

Exercice 5 :

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -2x + 3$. Démontrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$.

Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -3x^3 - 2x - 4$ Déterminer les limites en $\pm\infty$.

Exercice 6 :

On reprend l'exemple du cours de la fonction f définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = 2x - 3 - \dfrac{4}{x}$.

On désigne par M le point de la courbe C d'abscisse x et N le point de Δ de même abscisse. Trouver x tq la distance MN soit inférieure à 10^{-1} (attention, on doit considérer le cas $x < 0$ et le cas $x > 0$).

Exercice 7 :

Soit f une fonction définie sur $[0;+\infty[$ par $f(x) = \dfrac{2x^2+3x+4}{x+1}$. On note C la courbe représentative de f dans un repère orthogonal.

- Déterminer trois réels a,b,c tq $\forall x \in [0;+\infty[$, $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.
- Montrer que la droite Δ d'équation $y = 2x+1$ est asymptote à C.
- Etudier la position relative de la droite Δ et de la courbe C.